

# トポロジカル超流動の表面状態 – 超流動<sup>3</sup>HeB相の 表面アンドレーエフ束縛状態とマヨラナ状態 –

慶應大  
村川 智

共同研究者

東工大 和田雄一郎、和才将大、秋山綱紀、田村雄太、  
齊藤政通、青木悠樹、野村竜司、奥田雄一



広島大 長登康、山本幹雄、東谷誠二、永井克彦



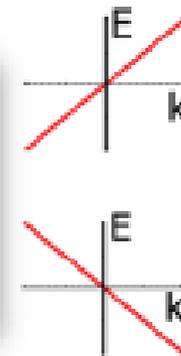
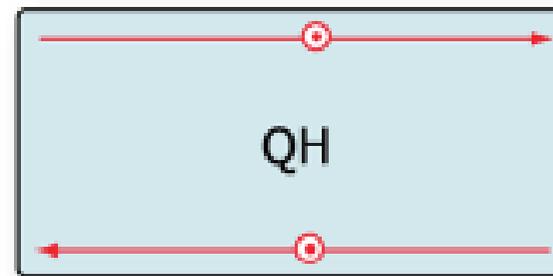
- 超流動 $^3\text{He}$ のAndreev 束縛状態の観測  
Y. Aoki et al., PRL **95**, 075301 (2005).
- Andreev束縛状態バンドの温度圧力依存性  
M. Saitoh et al., PRB **74**, 220505 (2006).
- Andreev束縛状態バンドの境界条件依存性  
Y. Wada et al., PRB **78**, 214516 (2008).
- Majorana状態を示す観測  
S. Murakawa et al., PRL **103**, 155301 (2009).  
S. Murakawa et al., JPSJ **80**, 013602 (2011).
- 実験のReview Y. Okuda and R. Nomura, J. Phys.:Condens. Matter **24**, 343201 (2012).  
R. Nomura et al., Physica E **55**, 42 (2014)
- 超流動 $^3\text{He}$ のAndreev束縛状態の理論計算  
Y. Nagato et al., JLTP **110**, 1135 (1998).  
Y. Nagato et al., JPSJ **80**, 1135 (1998).
- インピーダンスの理論計算  
Y. Nagato et al., JLTP **149**, 113706 (2011).
- Review K. Nagai et al., JPSJ **77**, 111003 (2008).

# トポロジカル超流体・絶縁体

- バルクではエネルギーギャップが開いている
- 端に局在したギャップレス状態が存在

超流体

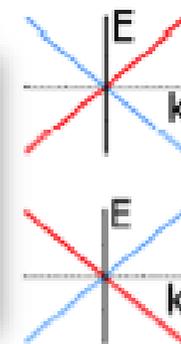
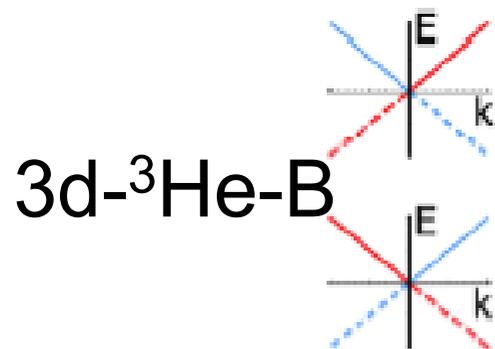
絶縁体



量子ホール



Edge current



量子スピン  
ホール

Edge spin current

マヨラナ粒子

ディラック粒子

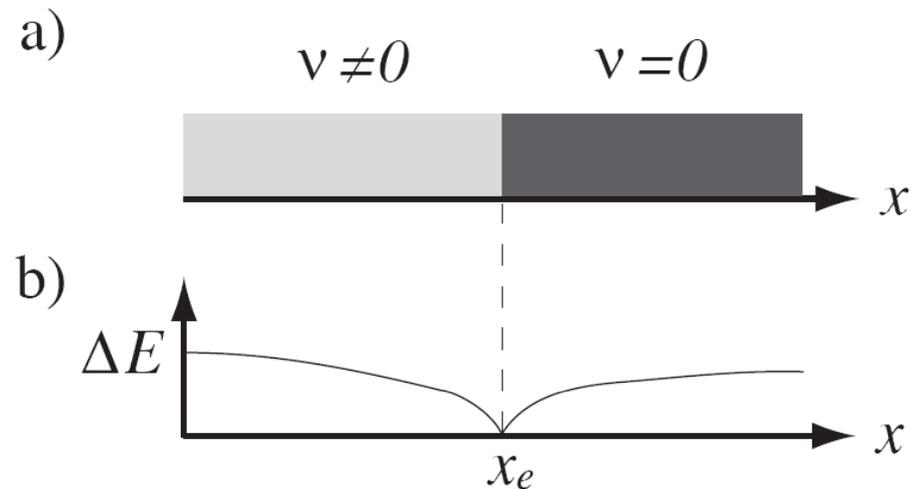
# バルク・エッジ対応

トポロジカル不変量: 必ず整数

多少他のパラメータを連続的に変化させても変化しない

トポロジカル不変量  $\neq 0$  の超流体  $\rightarrow$  トポロジカル超流体

トポロジカル不変量が変化するにはギャップが一回閉じなければいけない



佐藤 昌利, 物性研究 (2010)

トポロジカル不変量  $\neq 0$



境界にギャップレスな状態が現れる

バルク

・

エッジ

対応



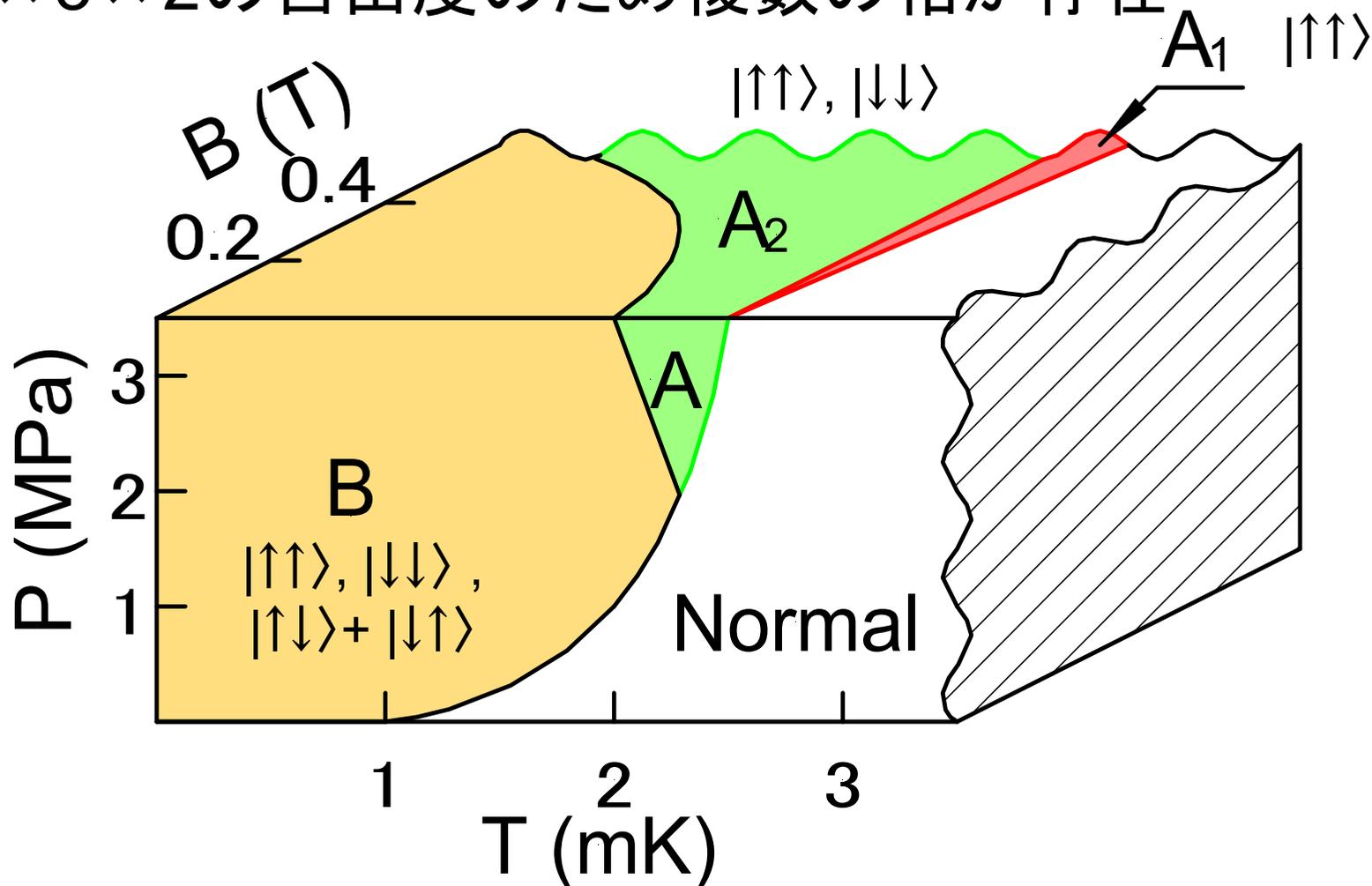
# 超流動<sup>3</sup>He

バルクの情報が詳細に知られているp波スピン3重項の超流動

角運動量  $S = 1, L = 1$

スピンの状態  $|\downarrow\downarrow\rangle, |\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\rangle$

3 × 3 × 2の自由度のため複数の相が存在



# 超流動<sup>3</sup>HeB相

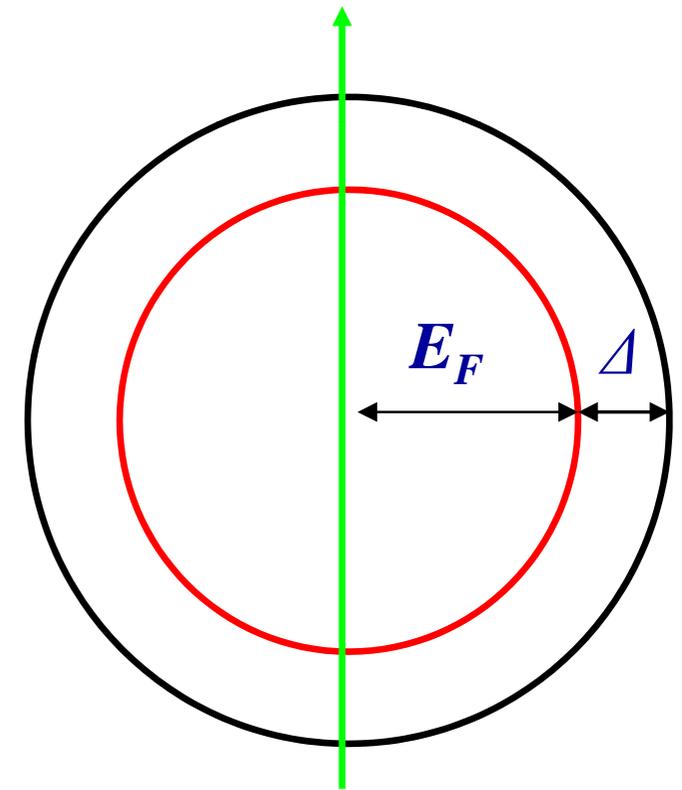
- 低温、低圧、低磁場で出現
- BW状態でもっとも対称性が良い
- 等方的なギャップを持つ

- オーダーパラメータは

$$\Delta = \Delta_B \left\{ (p_x + ip_y) |\downarrow\downarrow\rangle + (p_x - ip_y) |\uparrow\uparrow\rangle + p_z (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \right\}$$

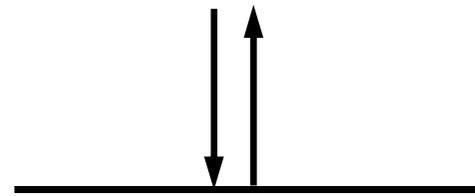
- トポロジカル超流体の一種 (Helical SF)
  - 表面にギャップレスのアンドレーエフ束縛状態

➡ マヨラナ状態

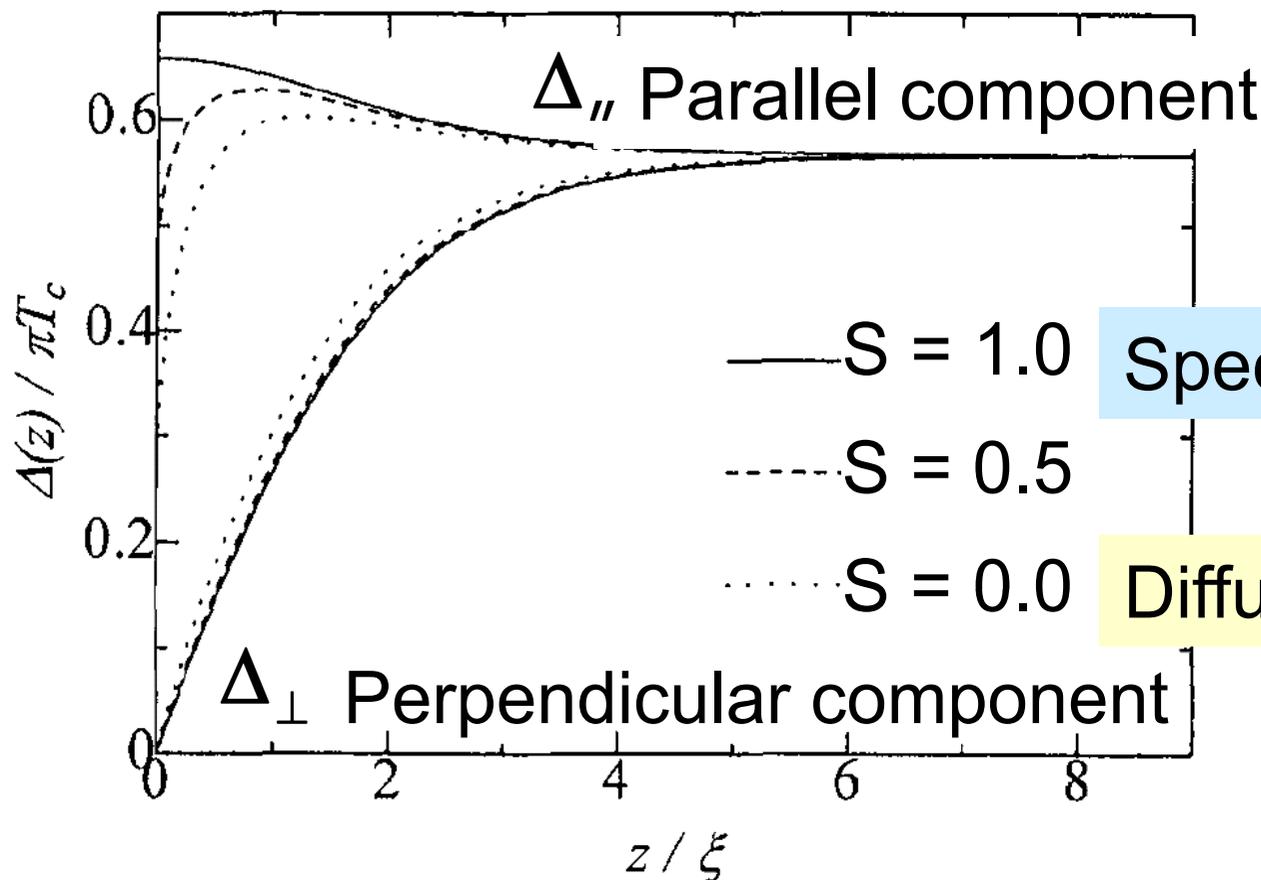


# 壁近傍の超流動<sup>3</sup>HeB相のオーダーパラメーター

$$\Delta = \Delta_B \left\{ (p_x + ip_y) |\downarrow\downarrow\rangle + (p_x - ip_y) |\uparrow\uparrow\rangle + p_z (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \right\}$$



$$\Delta(\mathbf{p}_z) = -\Delta(-\mathbf{p}_z)$$



$$d_{\mu i} = \begin{pmatrix} \Delta_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{\perp} \end{pmatrix}$$

$$S = \langle \mathbf{p} | \mathbf{R} | \mathbf{p}' \rangle$$

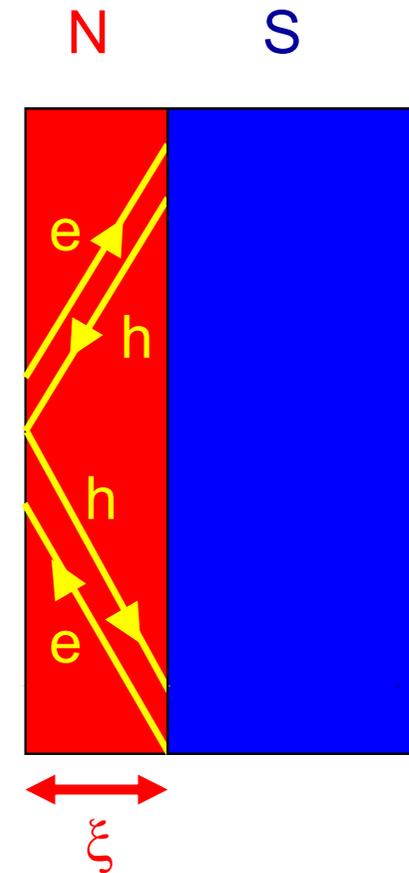
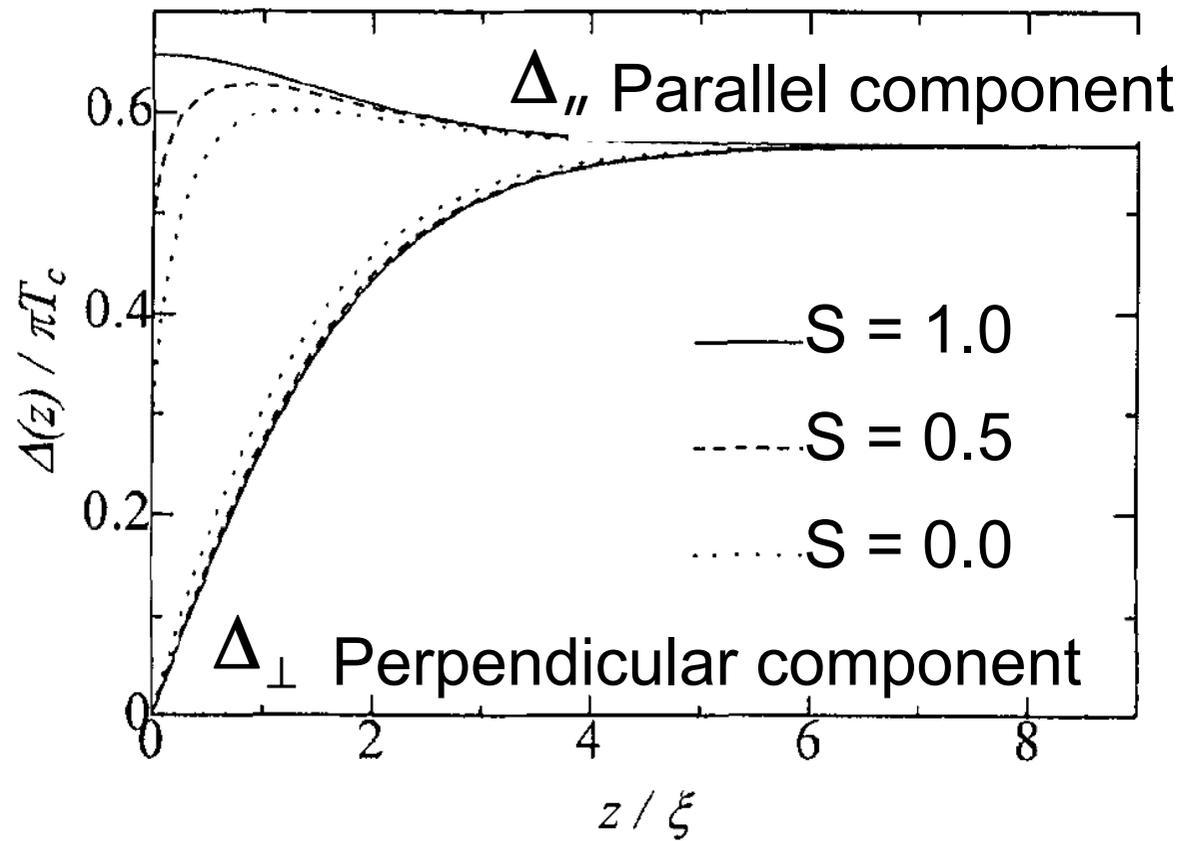
$$\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$$

$$\mathbf{p}' = (p_x, p_y, -p_z)$$

壁から  $\xi$  程度でオーダーパラメーターが抑制される

# 表面アンドレーエフ束縛状態

SABS surface Andreev bound state



$\Delta(p_z) = -\Delta(-p_z)$  の条件で共鳴し束縛状態ができる

s-wave

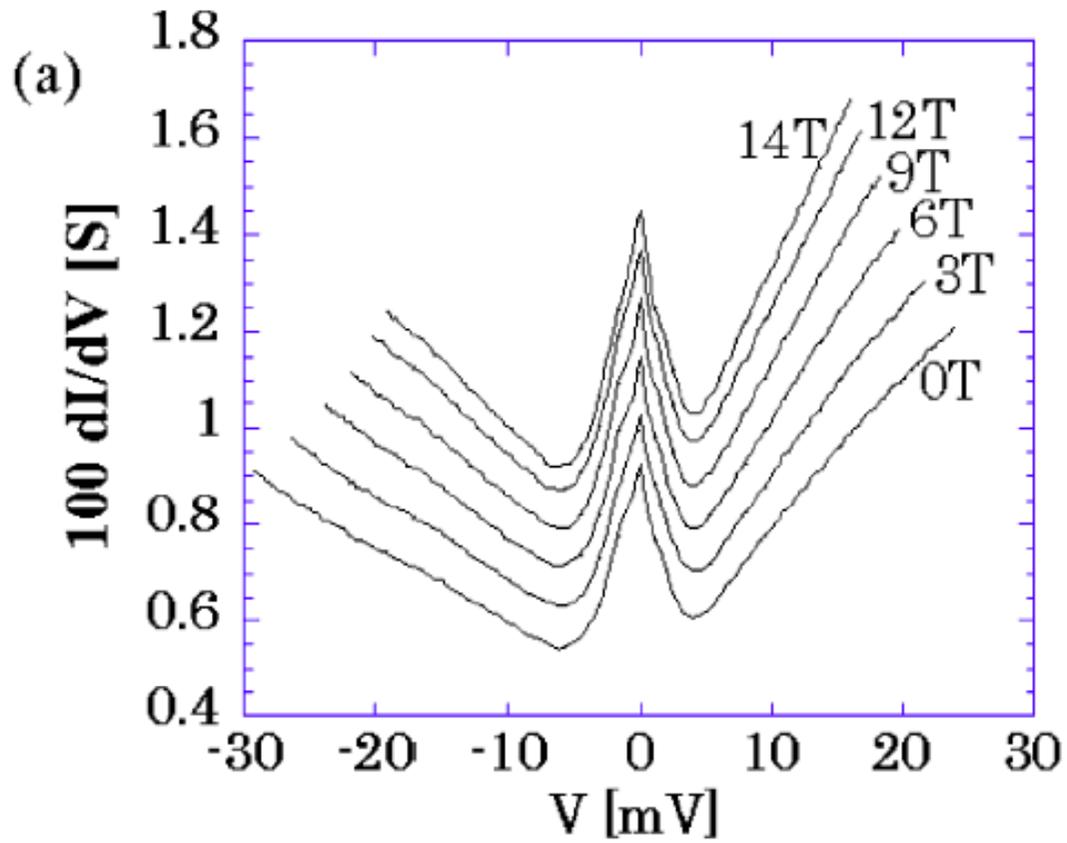
束縛状態は存在しない

p-wave BW state d-wave

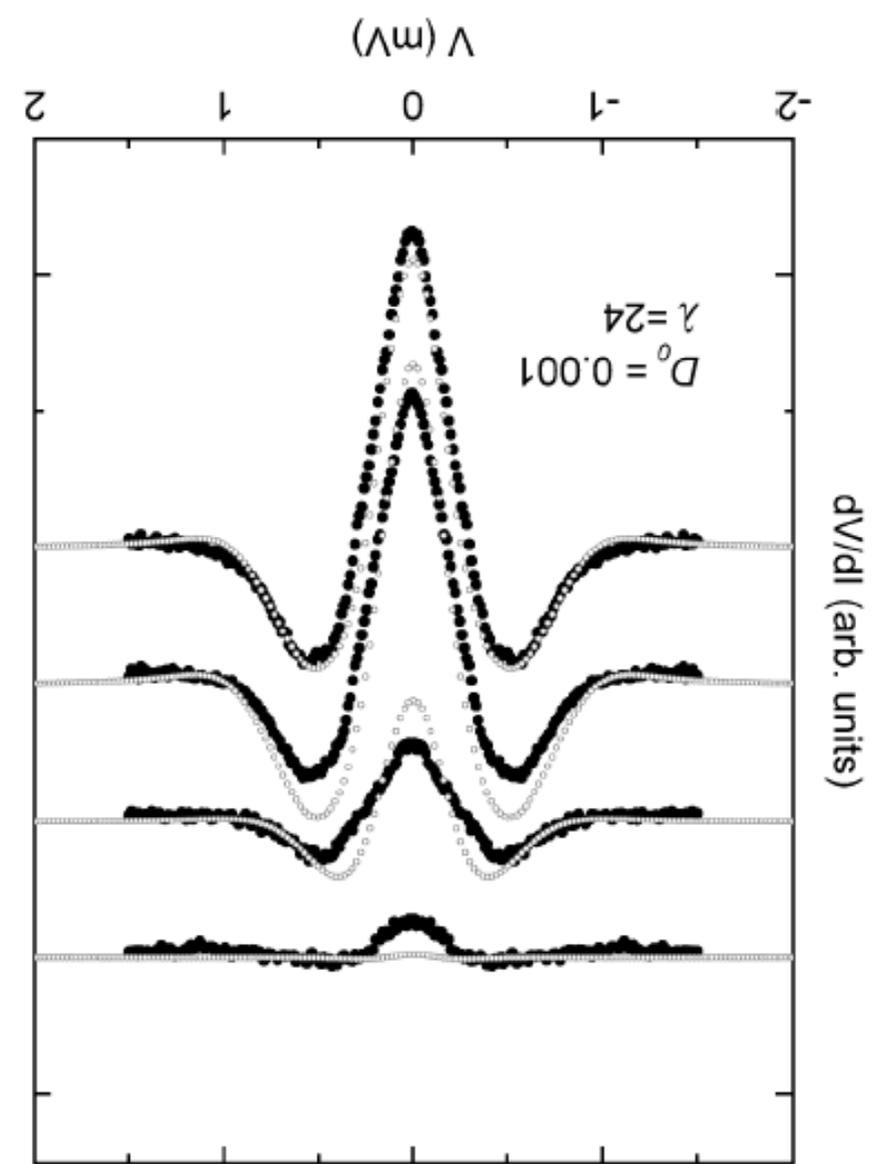
SABSが存在！！

# 超伝導のSABS

微分コンダクタンスにZero bias conductance peak (ZBCP)

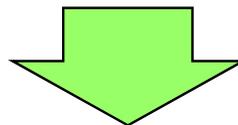


Kashiwaya *et al.* PRB (2004)



$Sr_2RuO_4$   
Laube *et al.* PRL (2000)

ZBCPの起源はSABSと考えられる



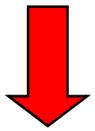
ZBCPが存在するという事は異方的超伝導体であることを強く示唆.

# 鏡面散乱時の壁近傍の超流動<sup>3</sup>HeB相の分散関係

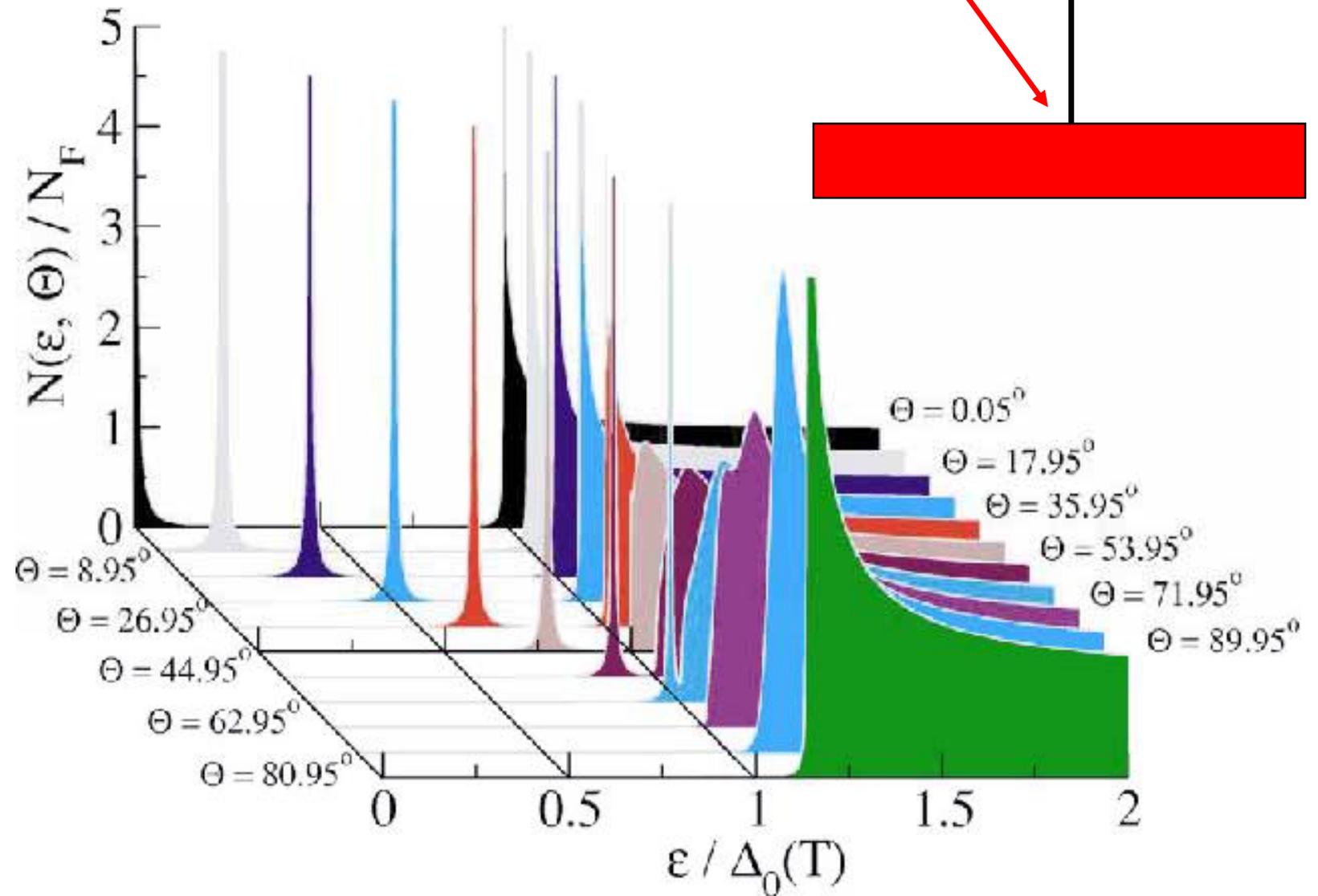
表面状態密度(SDOS)の角度依存性

$$\varepsilon = \Delta_{//} \sin \theta$$

$$\theta = 0$$



$$\varepsilon = 0$$

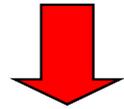


Vorontsov and Sauls, PRL (2003)

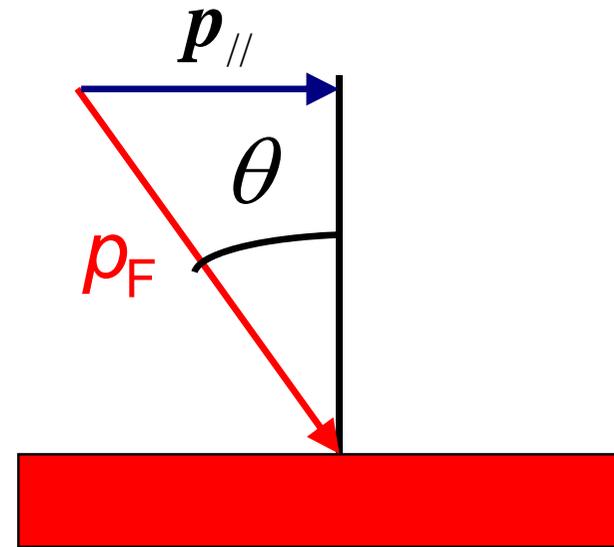
# 鏡面散乱時の壁近傍の超流動 $^3\text{HeB}$ 相の分散関係

$$\varepsilon = \Delta_{//} \sin \theta$$

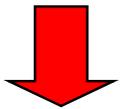
$$\approx cp_{//}$$



分散関係がコーン型

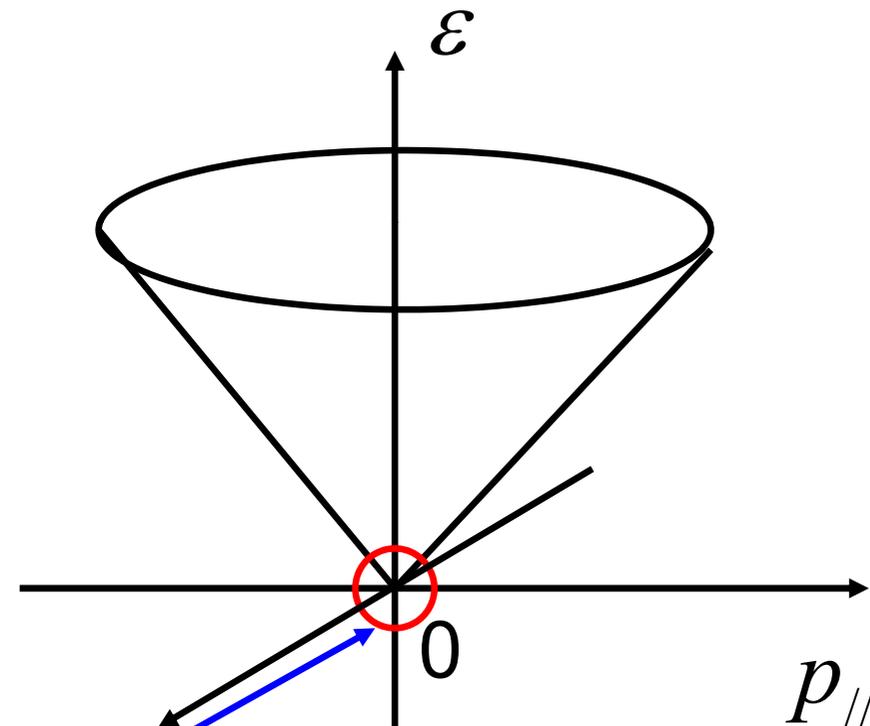


また、  
粒子 = 反粒子



マヨラナ粒子！！

Zero-energy Majorana  
fermion surface state



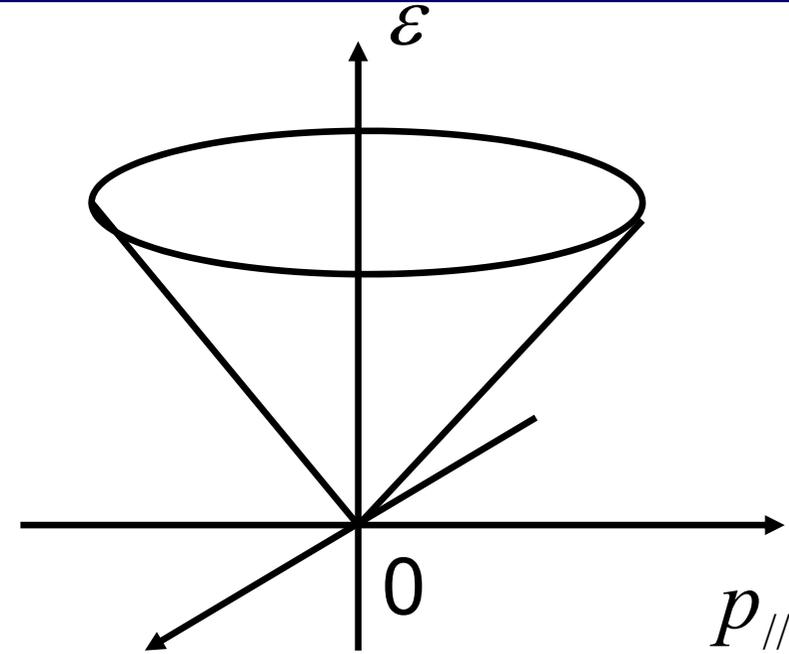
# 鏡面散乱時の壁近傍の超流動<sup>3</sup>HeB相の状態密度

$$\varepsilon = \Delta_{//} \sin \theta$$

$$\approx cp_{//}$$

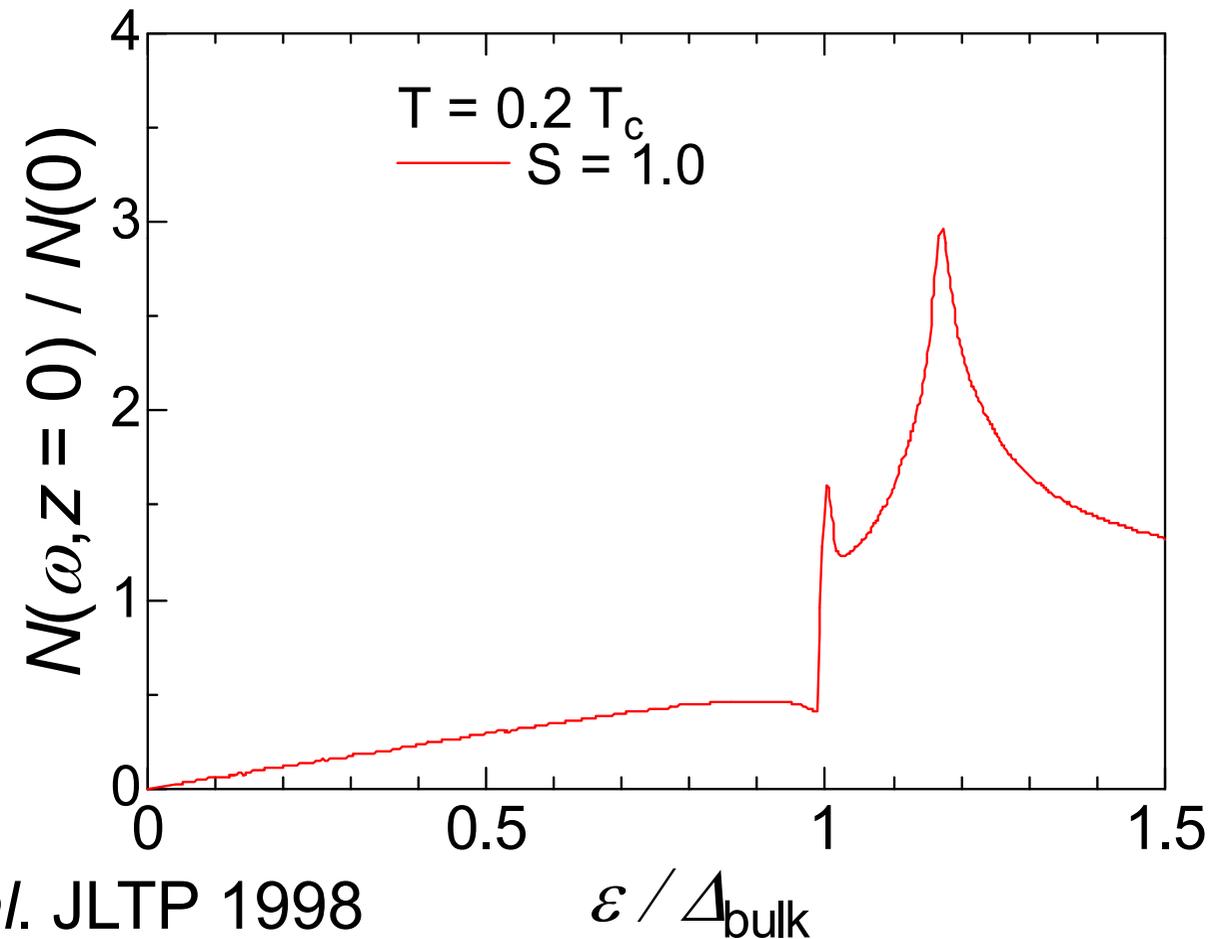


分散関係がコーン型



状態密度は計算すると

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon$$

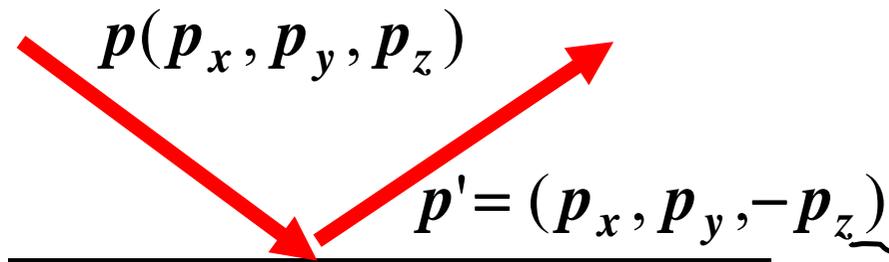


# さまざまな境界条件下の分散関係

境界条件は鏡面散乱の確率  $S = \langle p | R | p' \rangle$  で評価

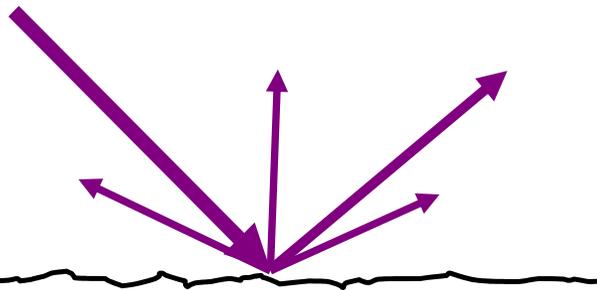
Specular limit

$$S = 1$$



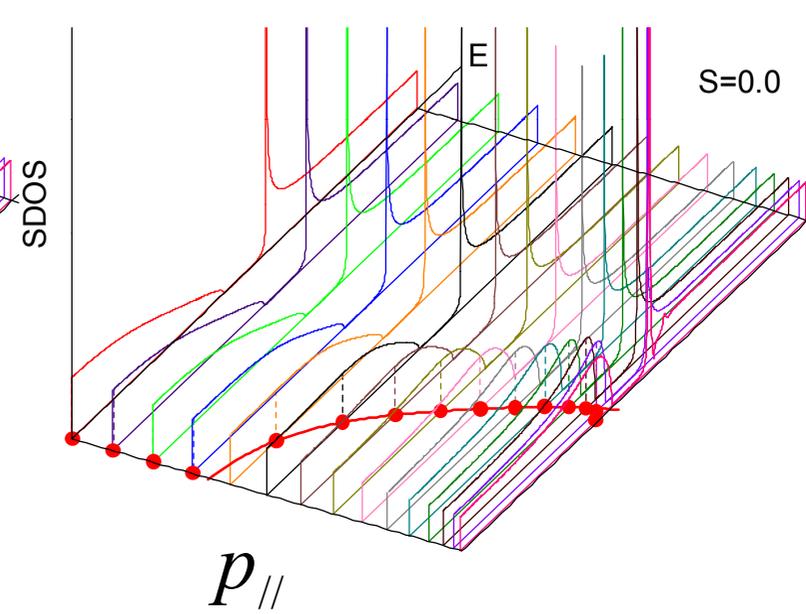
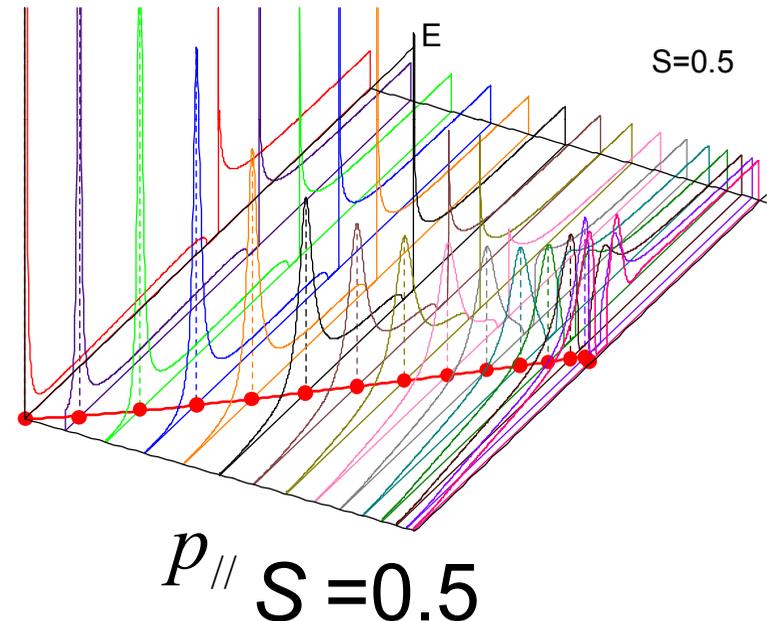
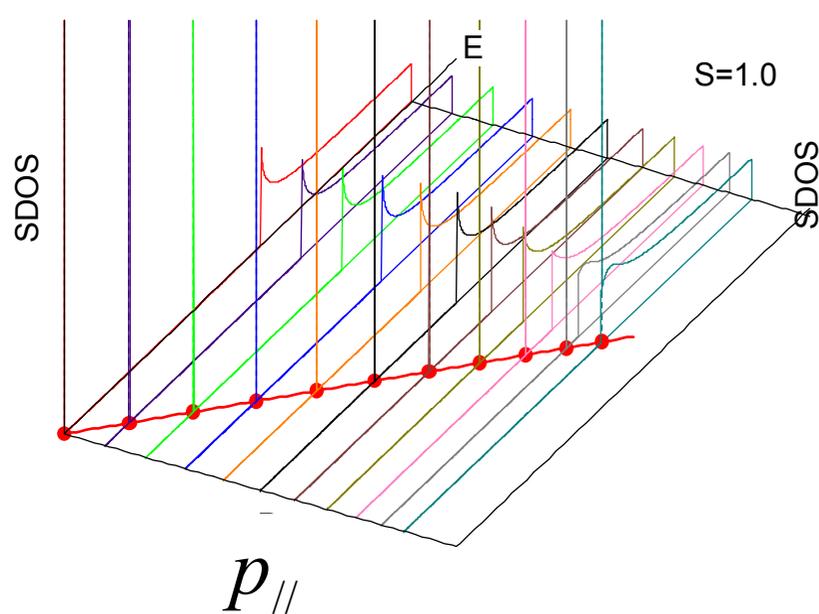
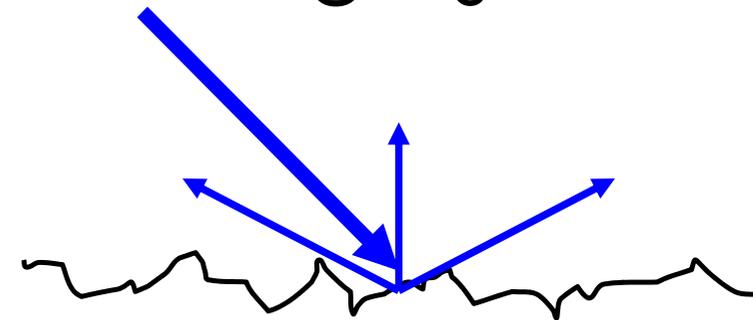
Partially specular

$$1 > S > 0$$



Diffusive limit

$$S = 0$$



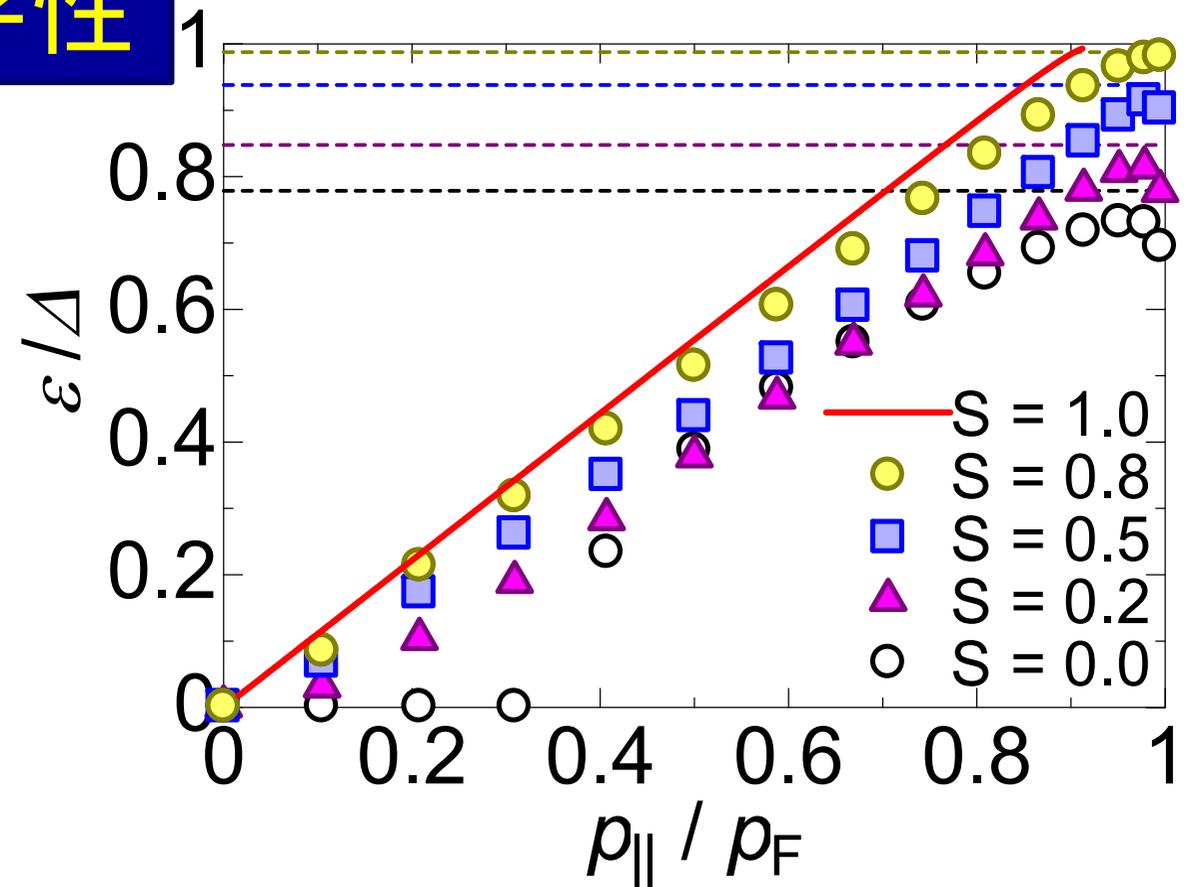
鏡面度が下がっていくと、ピークが広がり、コーンの形状が崩れていく

# 分散関係の境界条件依存性

各運動量におけるピーク的位置

$S = 1$ : リニアな分散関係

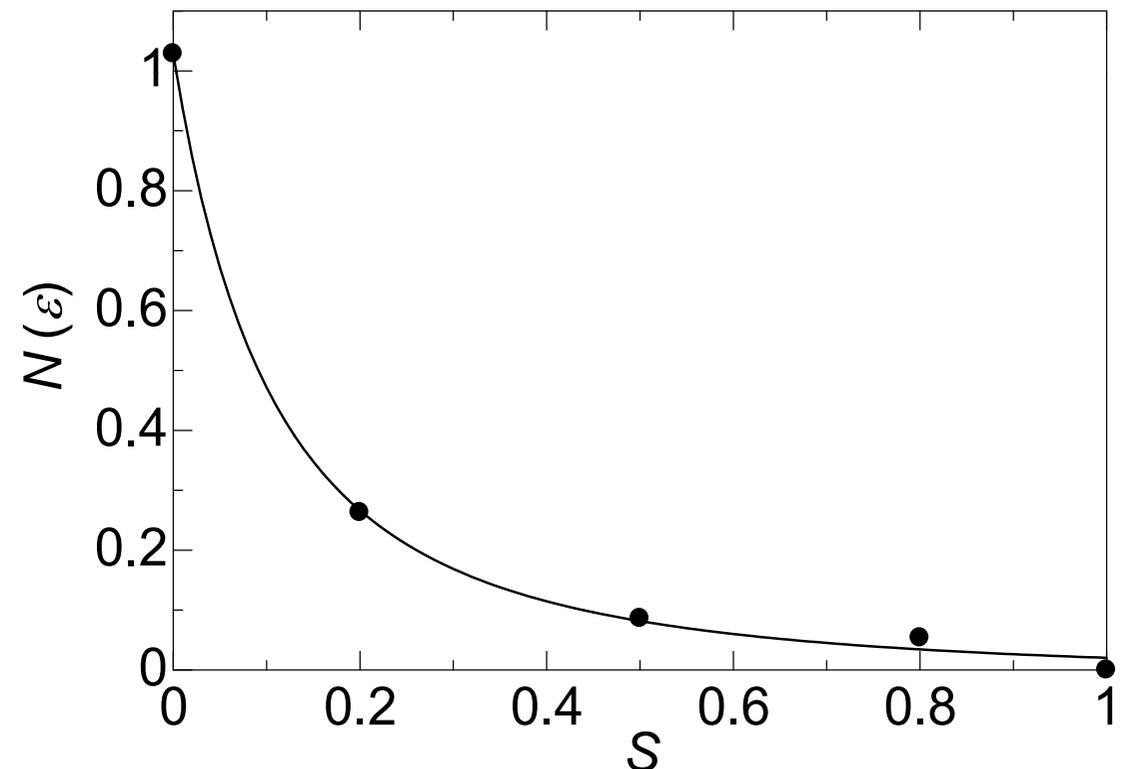
$S \neq 1$ : 形が崩れる



$\varepsilon = 0$  のときの状態密度

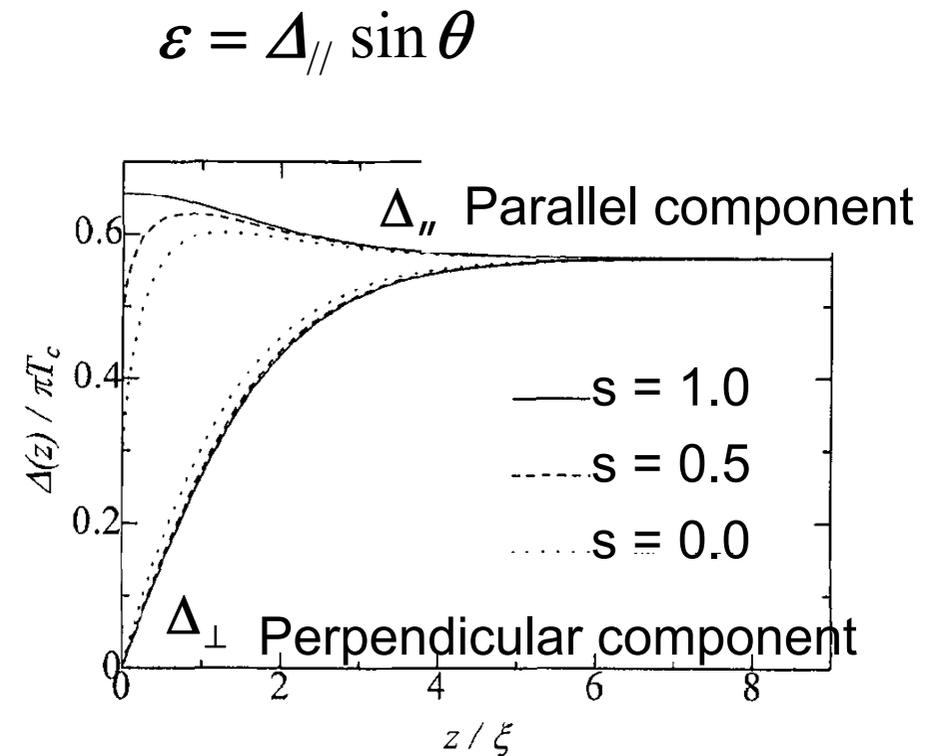
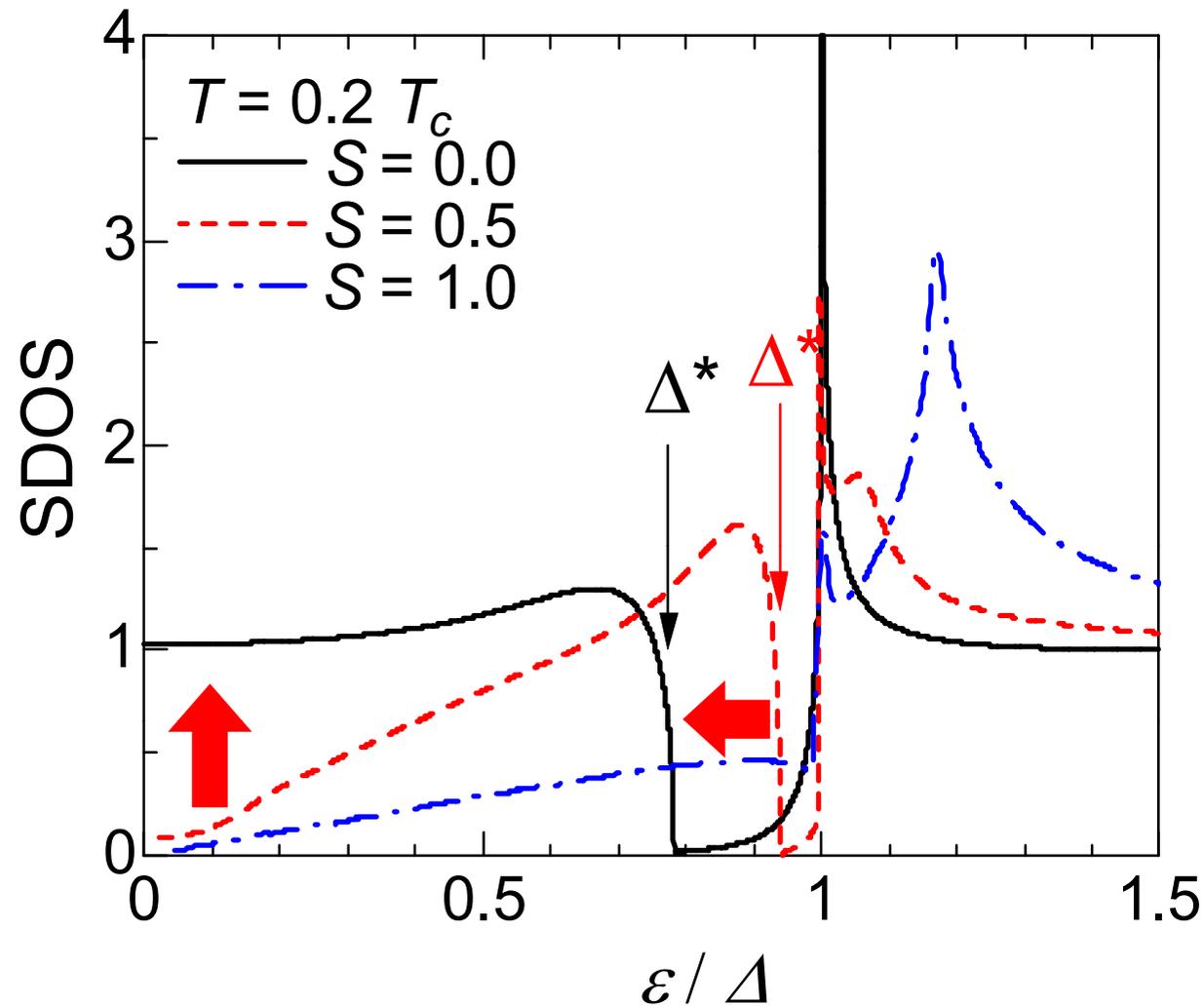
$S = 1$ : 状態は無い

$S \neq 1$ :  $S = 0$  の近傍で大きく状態が増える



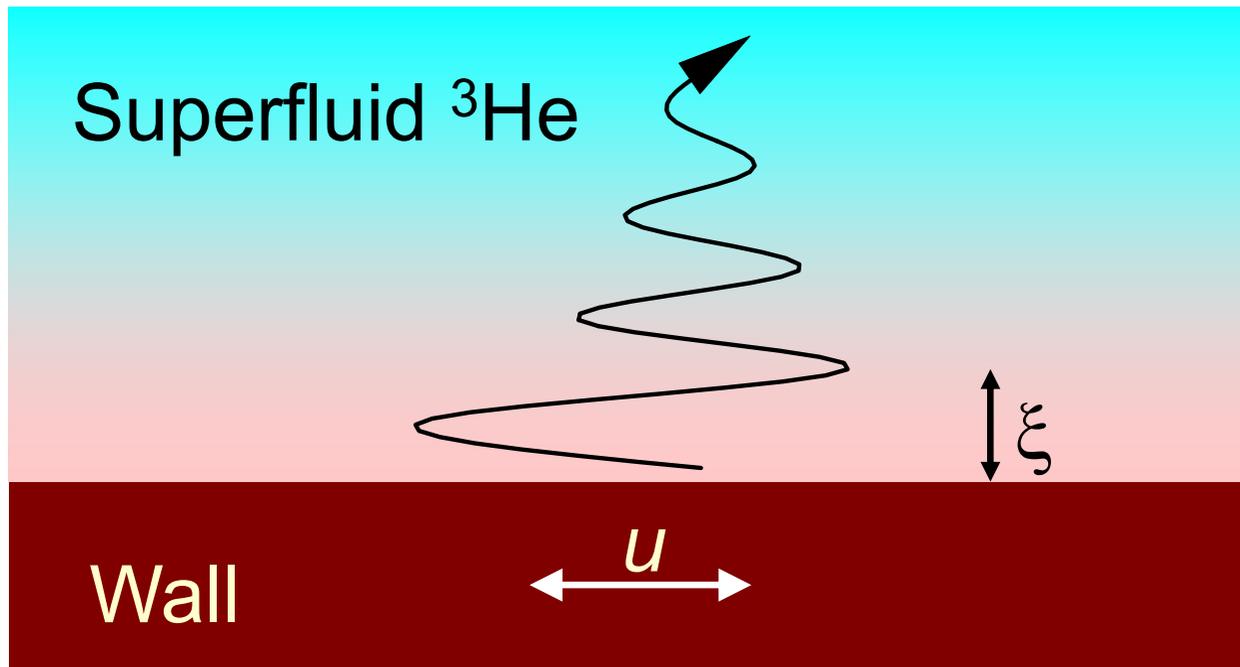
# さまざまな境界条件下の表面状態密度

$S < 1$ で特徴的なサブギャップ構造が出現



ギャップレス状態からはっきりした上端 $\Delta^*$ を持つサブギャップ構造へ  
鏡面度を下げると、フェルミ面近傍が増加  
 $\Delta^*$  が小さくなる

# 横波音響インピーダンス測定



$$Z = \frac{\Pi_{zx}}{u}$$

$Z$  : 横波音響インピーダンス  
 $\Pi_{zx}$  : 液体にかかる応力  
 $u$  : 壁の速度

$$Z = \rho \cdot C \quad \rho: \text{密度、} C: \text{複素位相速度}$$

$$q = \frac{\omega}{C} = \frac{\omega}{c} + i\alpha$$

$q$ : 波数ベクトル  
 $\omega$ : 音波の周波数

$c$ : 音波の音速  
 $\alpha$ : 音波の減衰

$$\omega\tau \ll 1: Z = \sqrt{\omega\rho\eta} (1-i)/\sqrt{2}$$

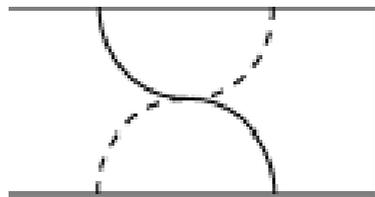
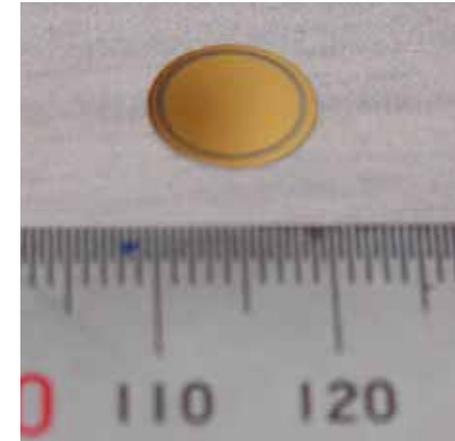
$\tau$ : 準粒子の緩和時間( $\sim T^{-2}$ )

$\omega\tau \gg 1$ : 準粒子の励起

$1/\omega$ : 超音波の周期

# 横波超音波素子

- 素子としてずれ振動をおこすAC-cut水晶振動子を使用
- ずれ振動は圧電効果により発生させる
- ずれ振動する振動子の壁と超流動 $^3\text{He}$ との運動量のやりとりを振動子の負荷として観測



9.56 MHz

(n=1)

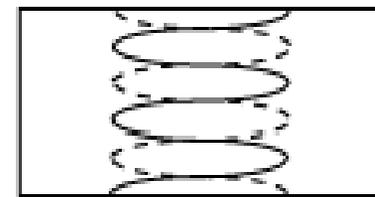
15.5 MHz



28.7 MHz

(n=3)

46.6 MHz



47.8 MHz

(n=5)

77.7 MHz

...

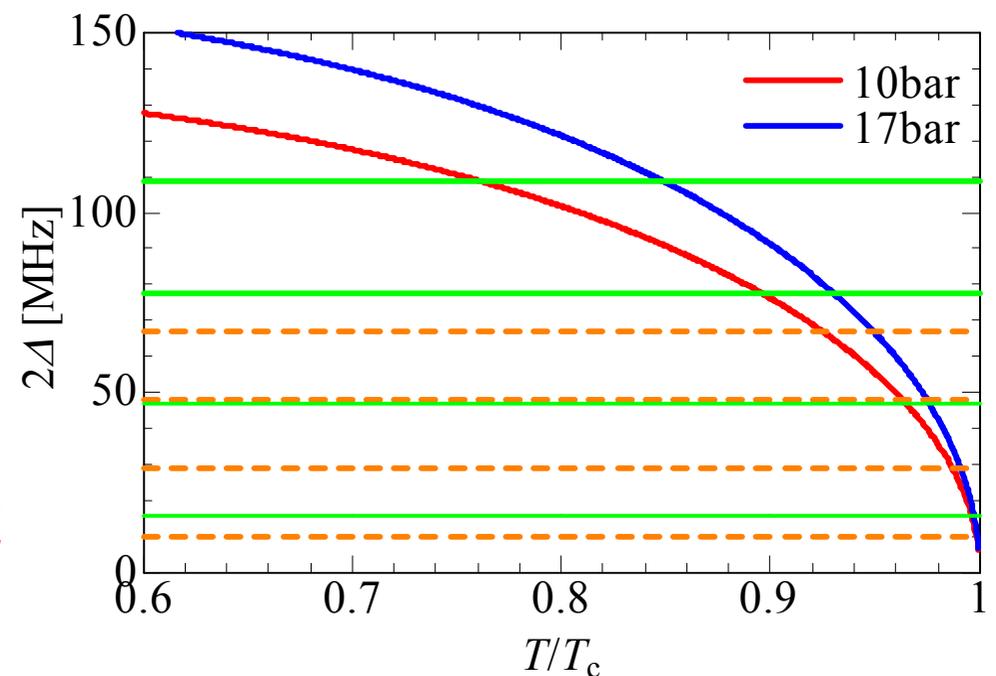
...

...

共振周波数:

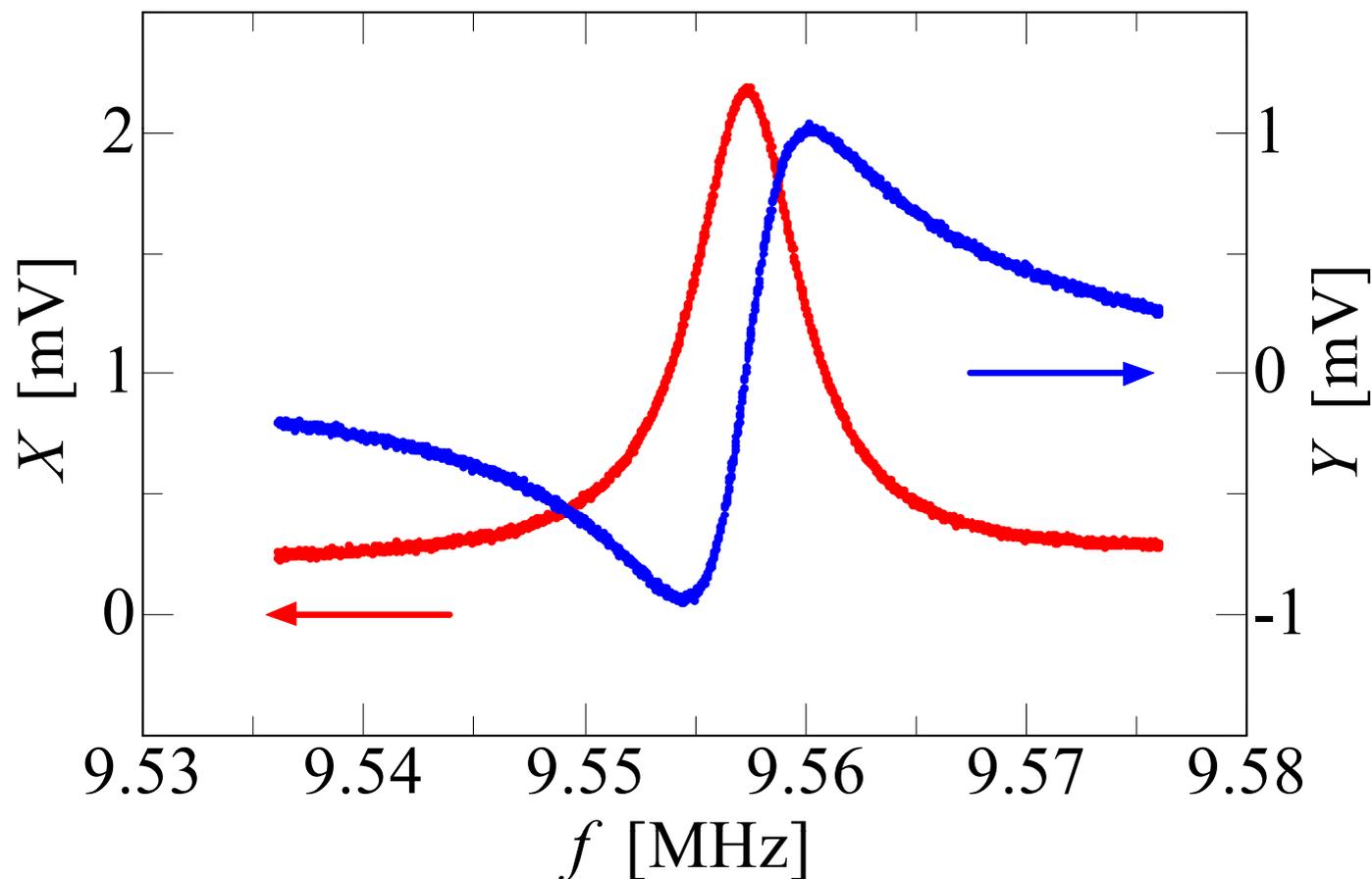
測定周波数10 ~ 100 MHz域であり、超流動のエネルギーギャップ  $2\Delta$  と同程度

→ SDOSの分光学的研究が可能



Zは Q 値 と共鳴周波数  $f$  で決定する.

$$Z = Z' + iZ''$$



$$Z' = \frac{1}{4} n \pi Z_q \left( \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right)$$

$$Z'' = \frac{1}{2} n \pi Z_q \left( \frac{f - f_0}{f_0} \right)$$

Q: Q値

$f$ : 共鳴周波数

$Z_q$ : トランスデューサーのインピーダンス

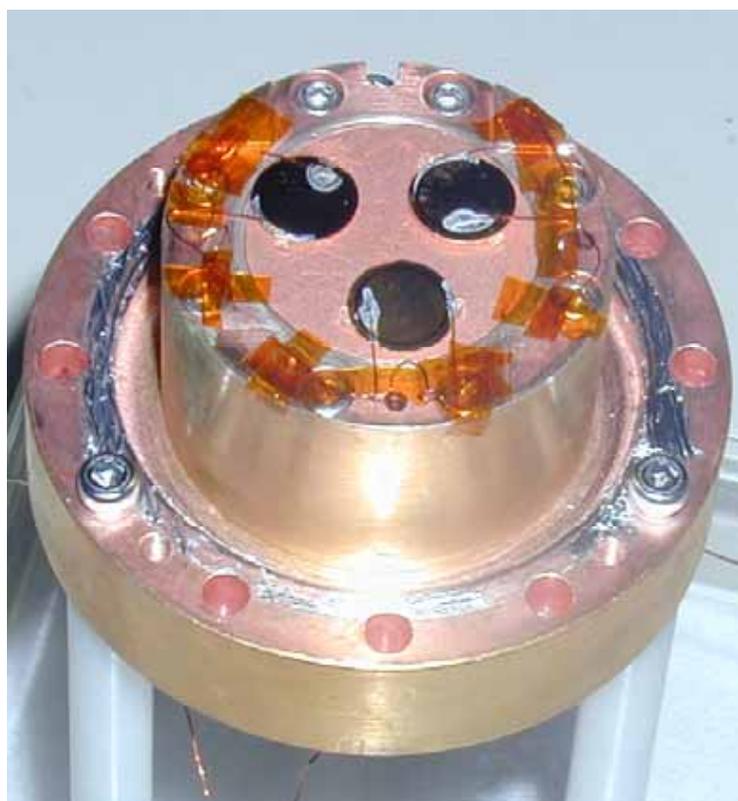
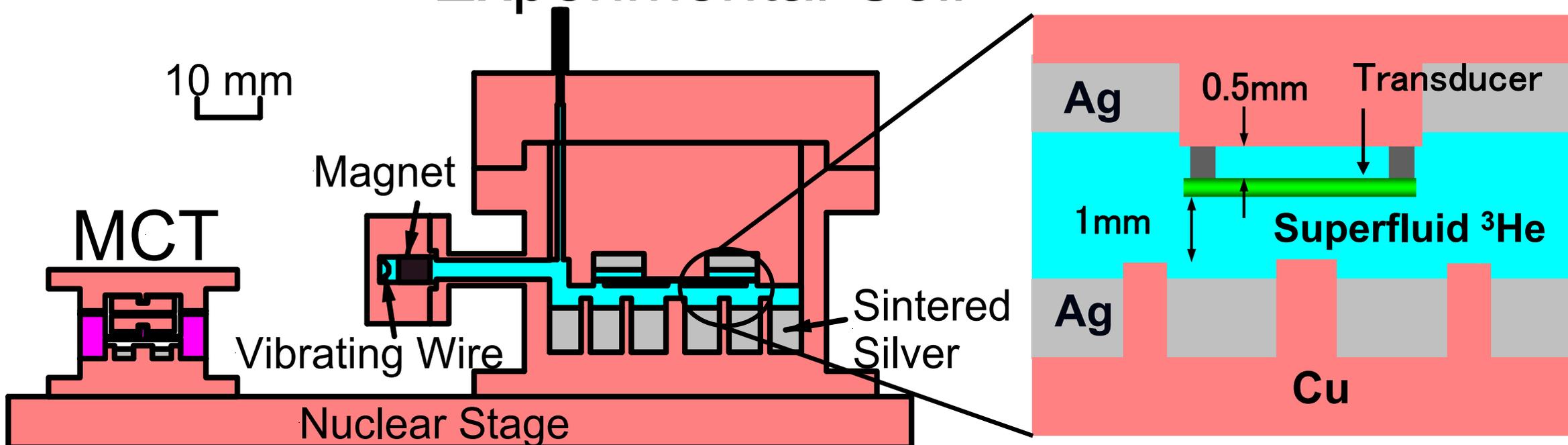
$n$ : harmonics number

$f_0$ : 負荷のないときの共鳴周波数

$Q_0$ : 負荷の無いときのQ値

# 実験セル

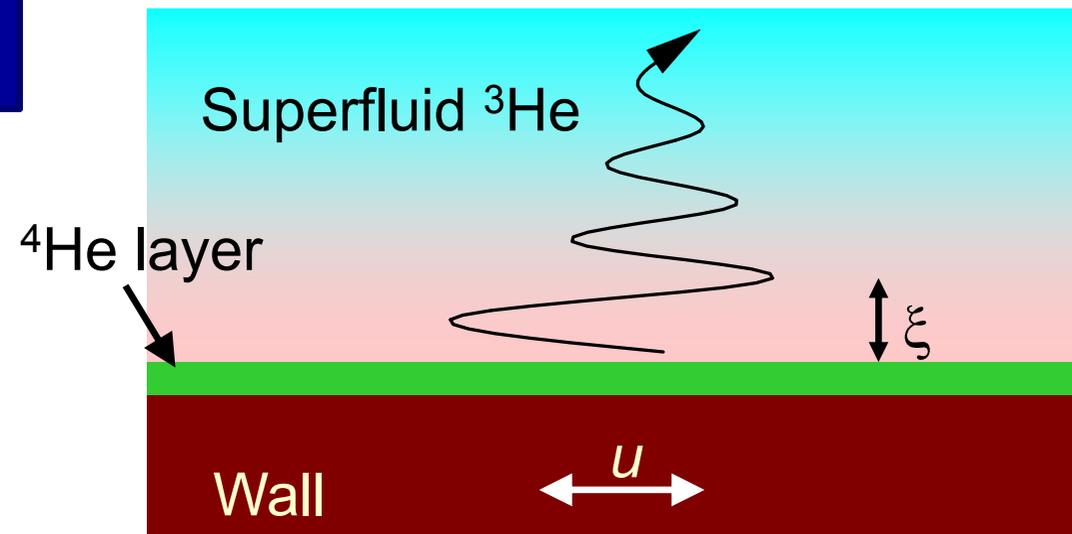
## Experimental Cell



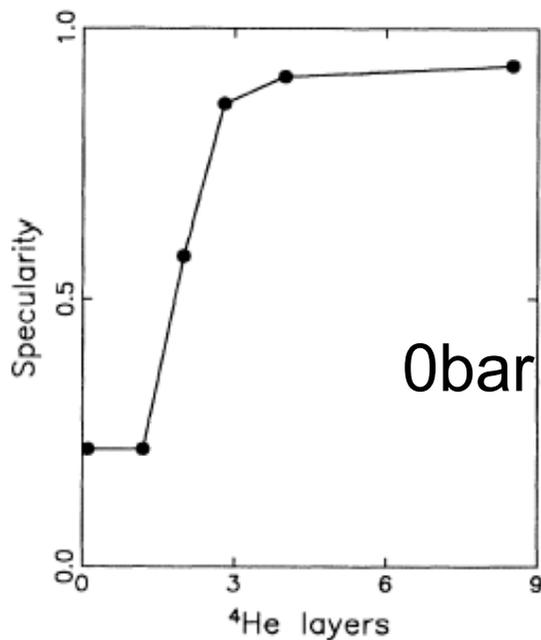
- ・測定プローブである横波超音波素子は液体 $^3\text{He}$ に浸す
- ・温度計は $^3\text{He}$ 融解圧温度計とVibrating Wire温度計を使用
- ・ $^3\text{He}$ の圧力は1.0、1.7、2.5 MPaとした
- ・素子自体の壁表面の鏡面度を制御する

# 実験的な鏡面度の変更方法

$^4\text{He}$ をコートすることによって壁面の鏡面度 $S$ を変化させることができる

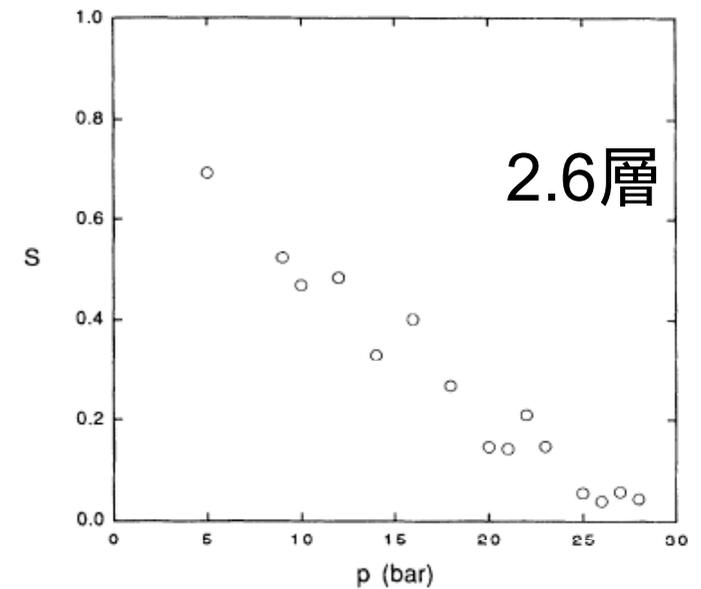
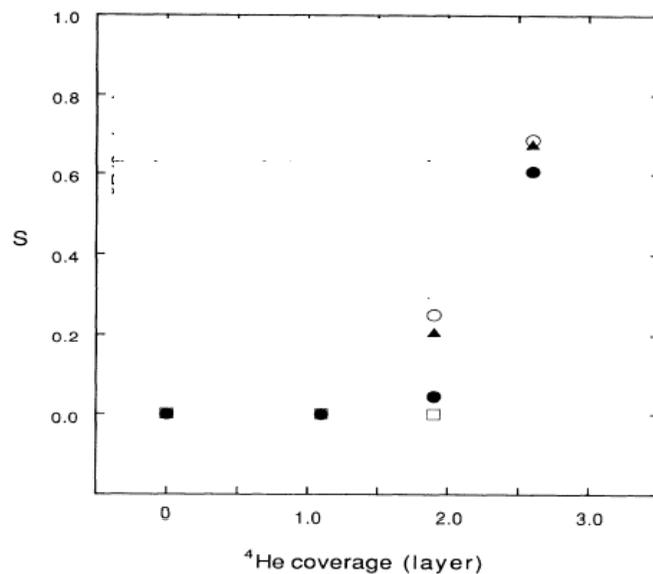


制限された空間での $^3\text{He}$ の粘性測定



Tholen *et al.*, PRB (1993)

第四音波を用いた超流動密度を測定



D. Kim *et al.*, PRL (1993)

2~3層で鏡面度は大きく増加する( $^4\text{He}$ 薄膜の超流動性が原因)

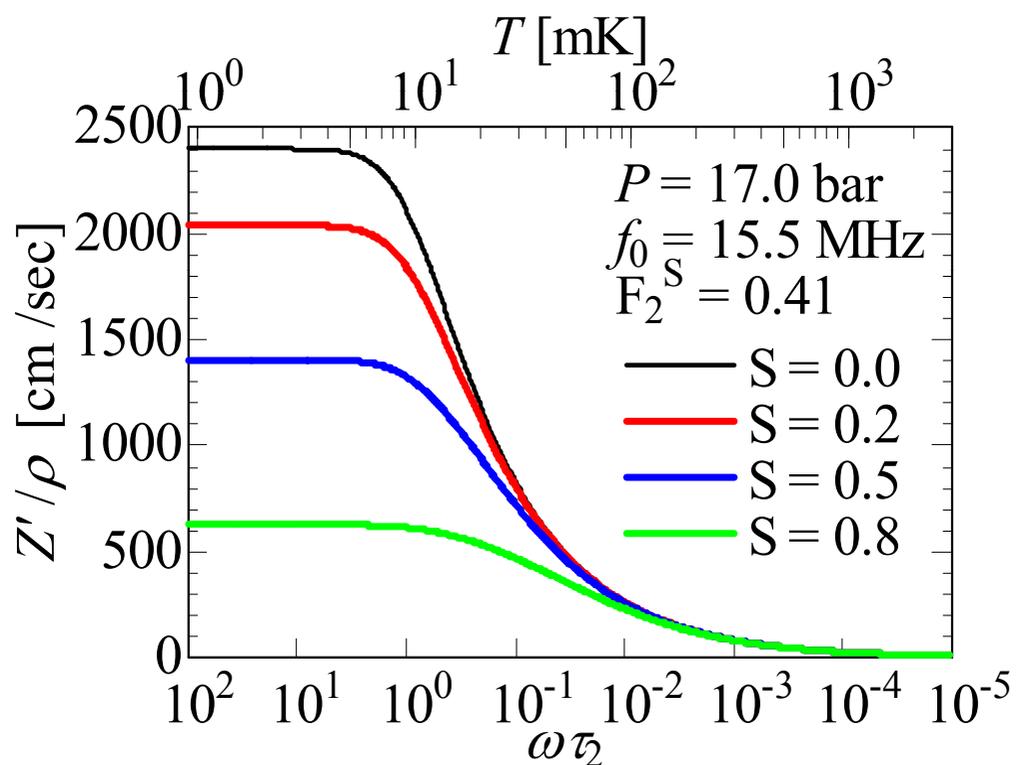
→ 我々は $^4\text{He}$ の層数を2.7、3.6および4.5層と設定した

# 鏡面度の決定

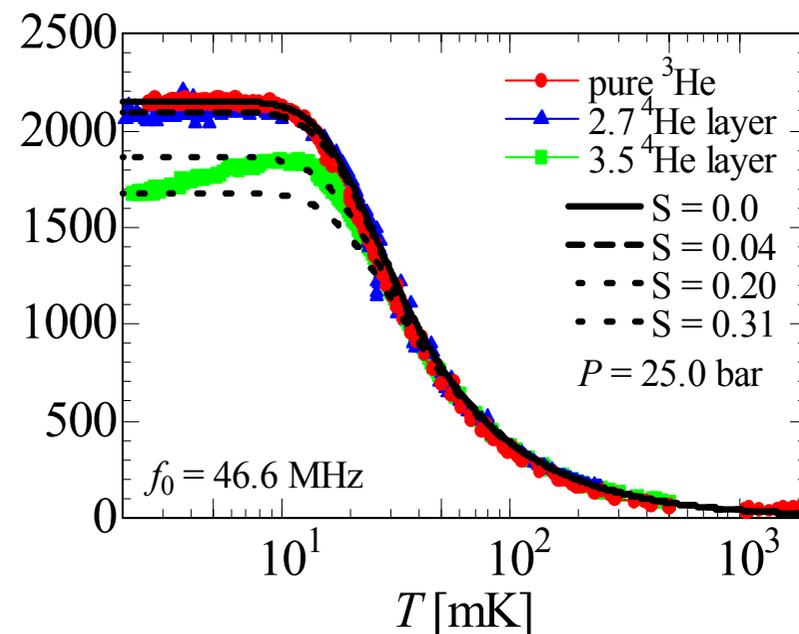
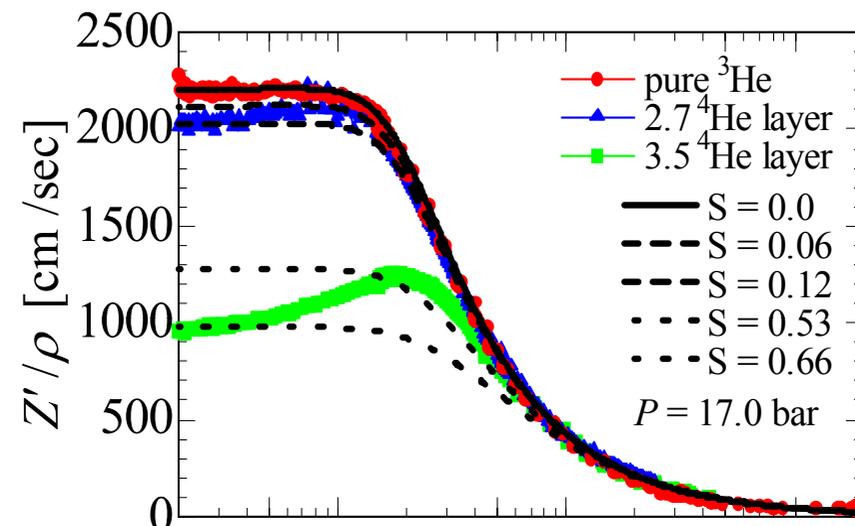
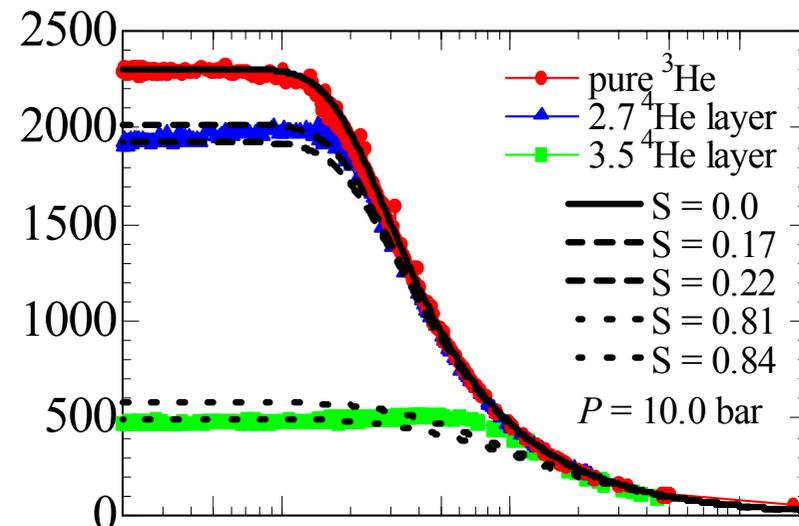
• Zの実部に関してSをパラメータとして理論をフィッティング

$$Z(\omega, S) = (1 - S) \frac{Z(\omega, 0)}{1 - S + \frac{SZ(\omega, 0)}{L_1(0)}}$$

$$L_1(0) = \frac{15\eta}{16\lambda}$$

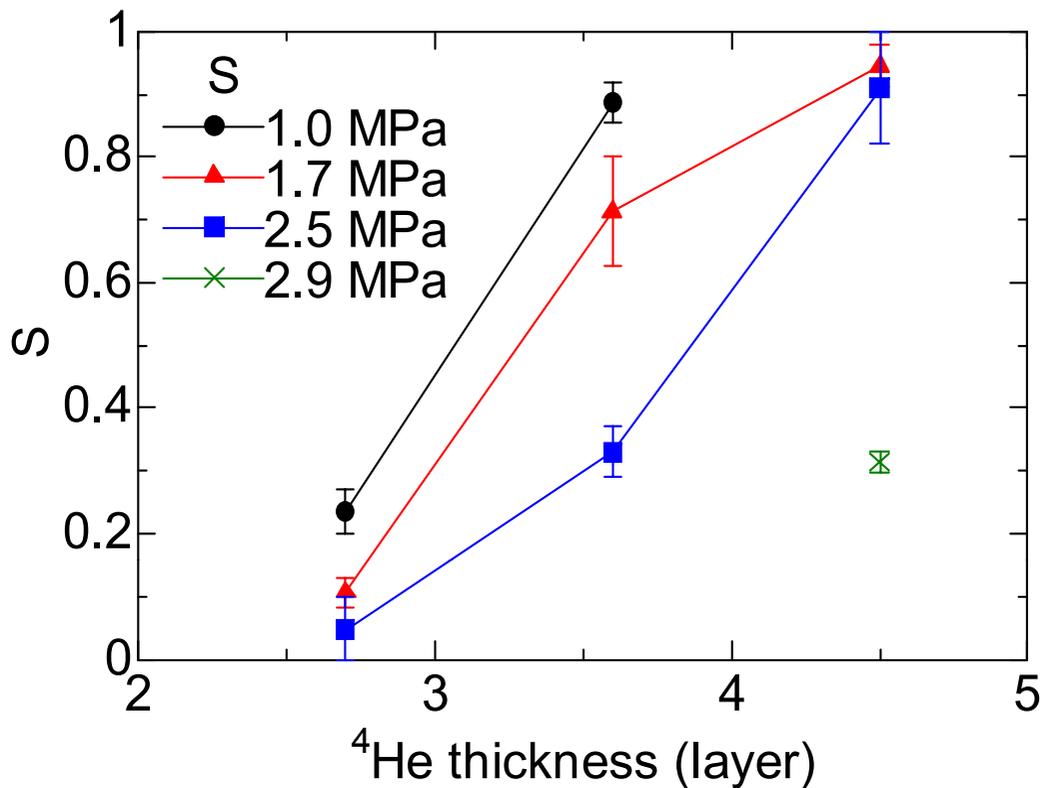


Einzel *et al.* JLTP 1990

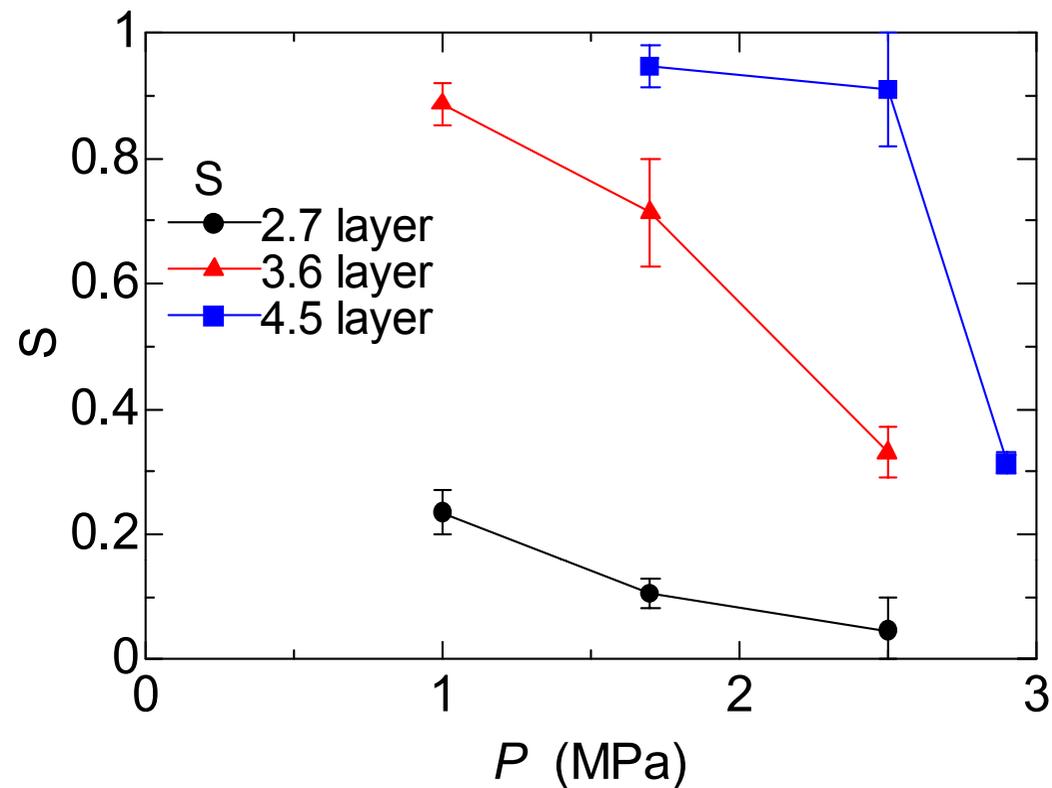


# 鏡面度

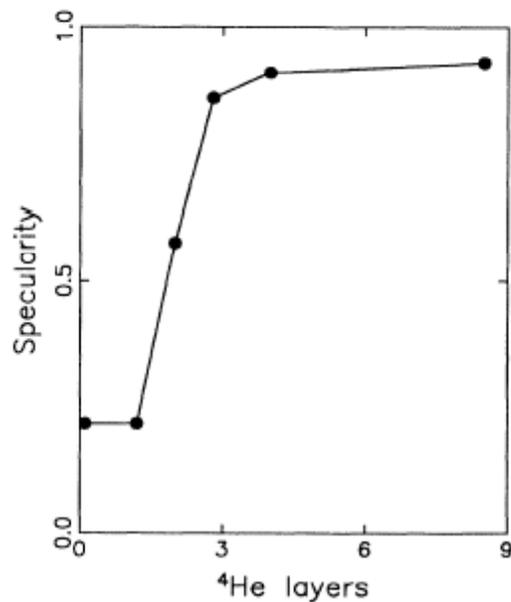
## 層数依存性



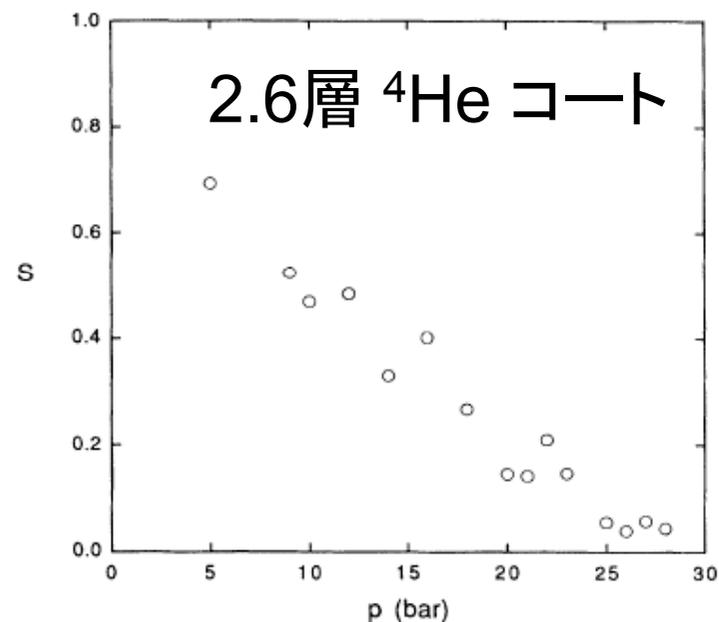
## 圧力依存性



$^4\text{He}$ コート  
量が大き  
いほどSは  
大きくなる

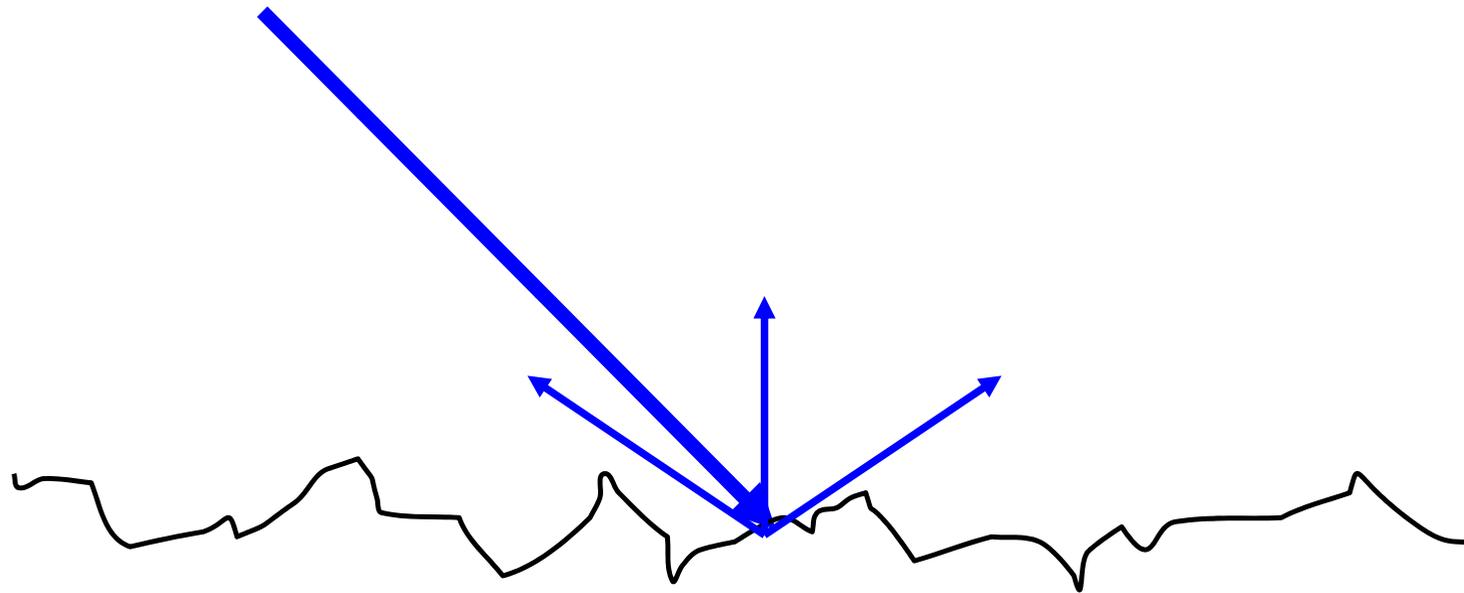


圧力が大き  
いほど、Sは  
小さくなった

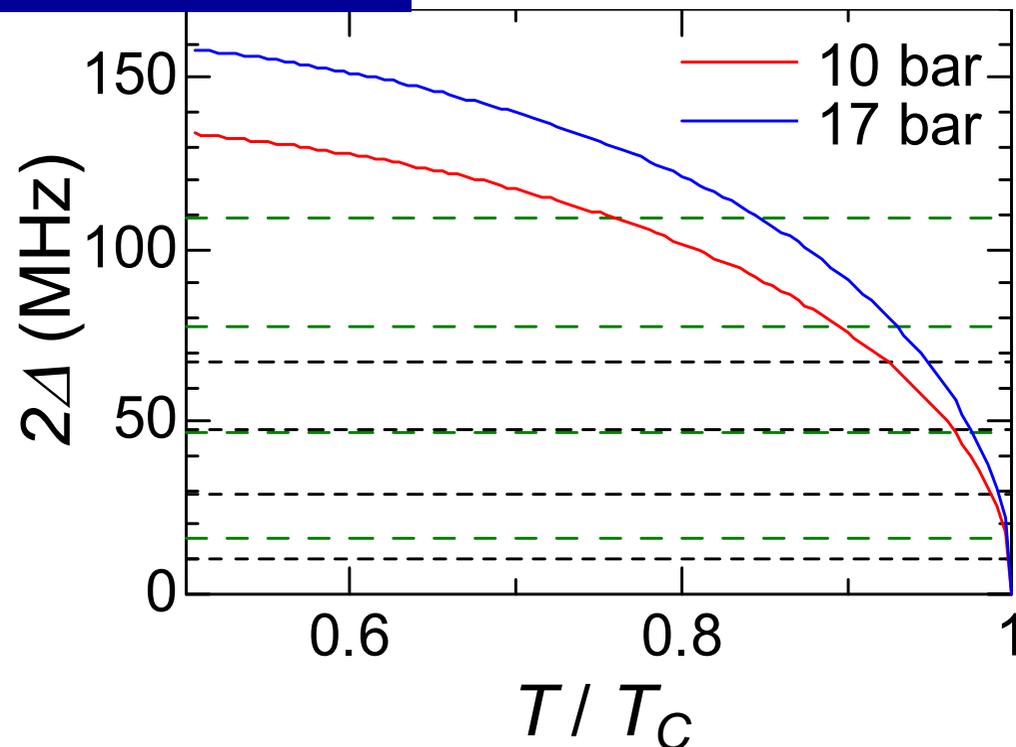


Pure  $^3\text{He}$

$$S = 0$$



# s波の予測

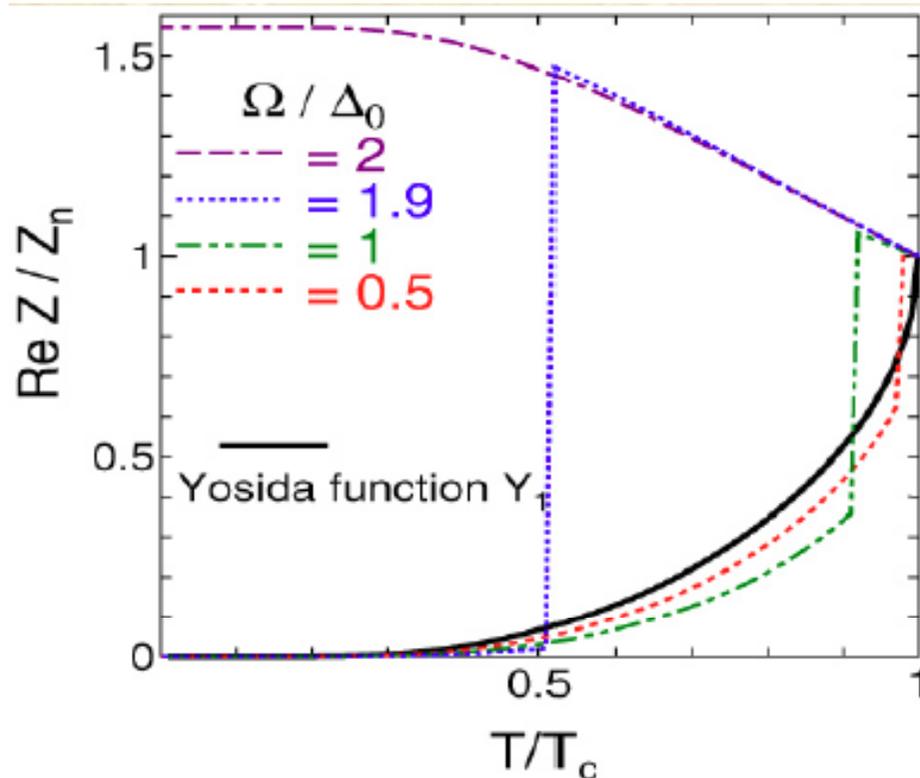


$\hbar\omega > 2\Delta$  の領域ではpair breaking が起こる

$T_{pb}$  を以下の式で定義

$$\hbar\omega \equiv 2\Delta(T_{pb})$$

s波超流動体の横波音響インピーダンス (SABSが存在しない)



$T_{pb}$  で  $Z'$  に跳び

$T_{pb}$  以下では

$$T \rightarrow 0 : Z \rightarrow 0$$

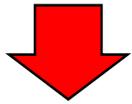
周波数依存性がほとんどない

Yamamoto *et al.* JLTP (2005)

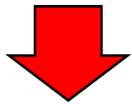
# 超流動B相の結果

## 温度依存性

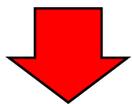
$Z$  は  $T_c$  ではほとんど  
変化しない



$Z$  が  $T_{pb}$  で増大し始め  
る。



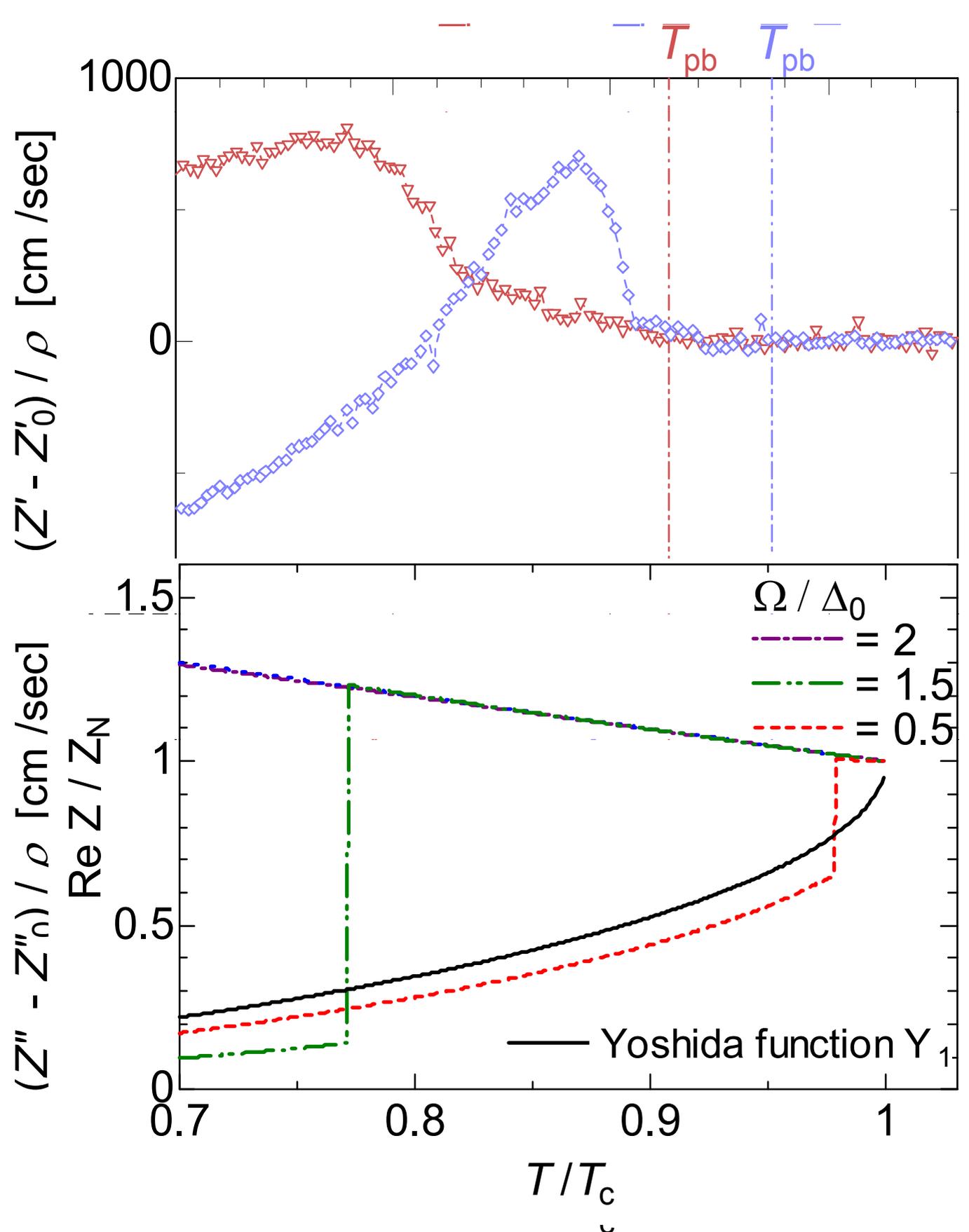
同じ温度  $T^*$  で  $Z''$  に  
ピーク、 $Z'$  にキック。



$Z'$  に緩やかなピーク。

これらの構造は  $T_{pb}$  以  
下で出現！！

Y. Aoki *et al.*, PRL (2005)

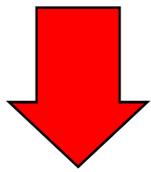


# 超流動B相の結果

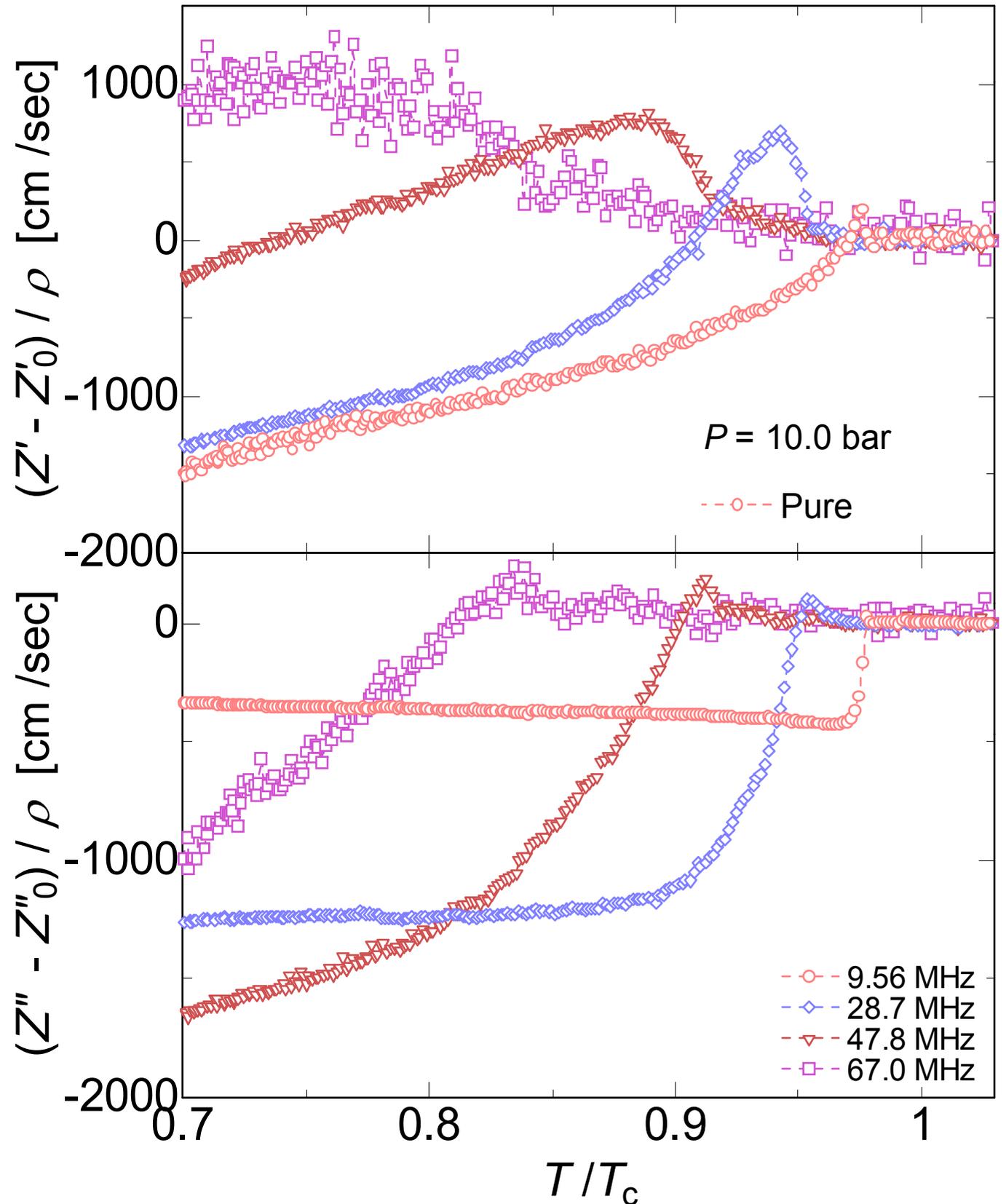
## 周波数依存性

$Z$  は低温で周波数依存した値へ収束

- 大きな周波数依存性
- $T_{pb}$  以下での奇妙な振る舞い



低エネルギー一励起  
が存在！！

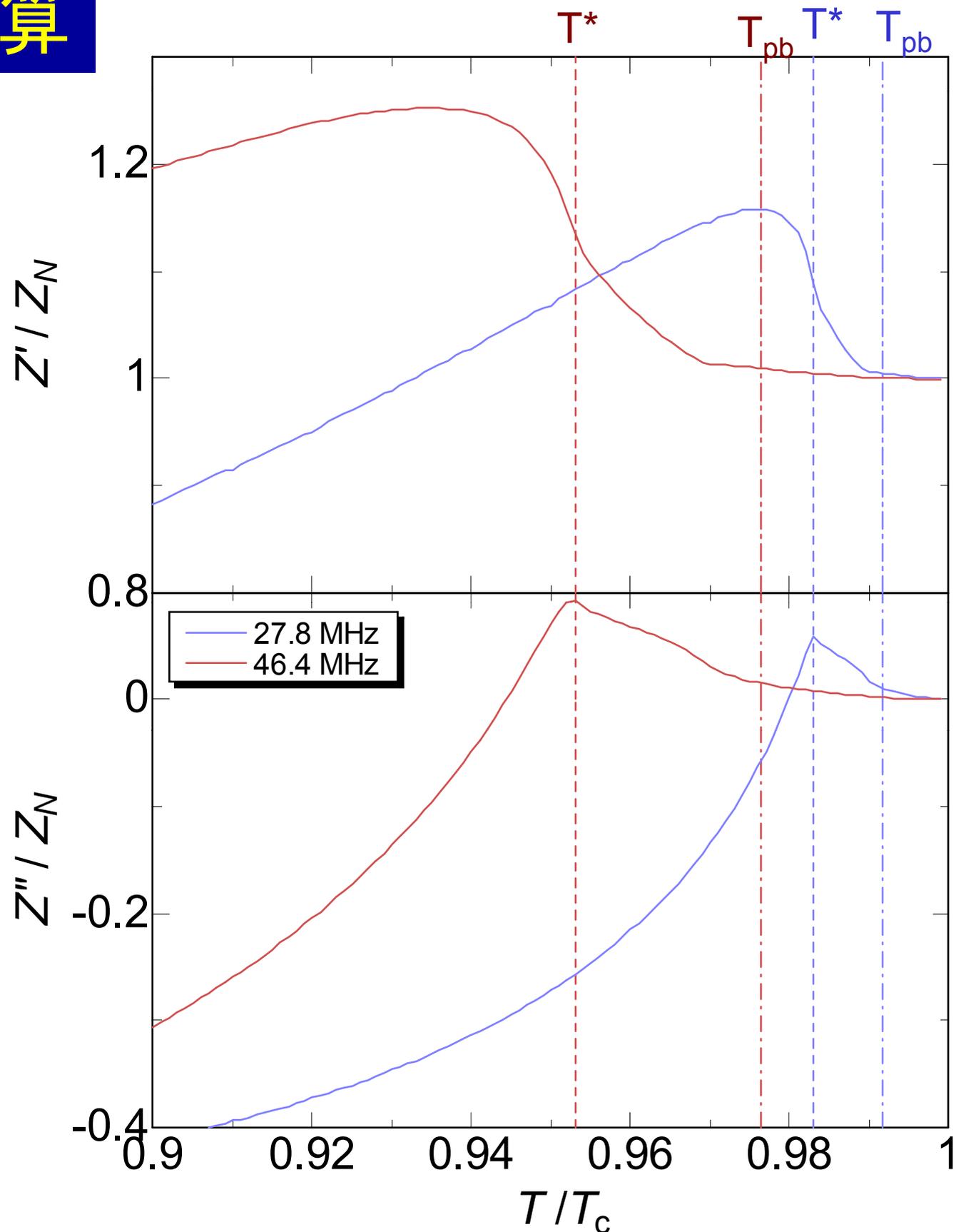


# Zの温度依存性の計算

観測された温度依存性

- 大きな周波数依存性
- $T_{pb}$  以下での奇妙な振る舞い

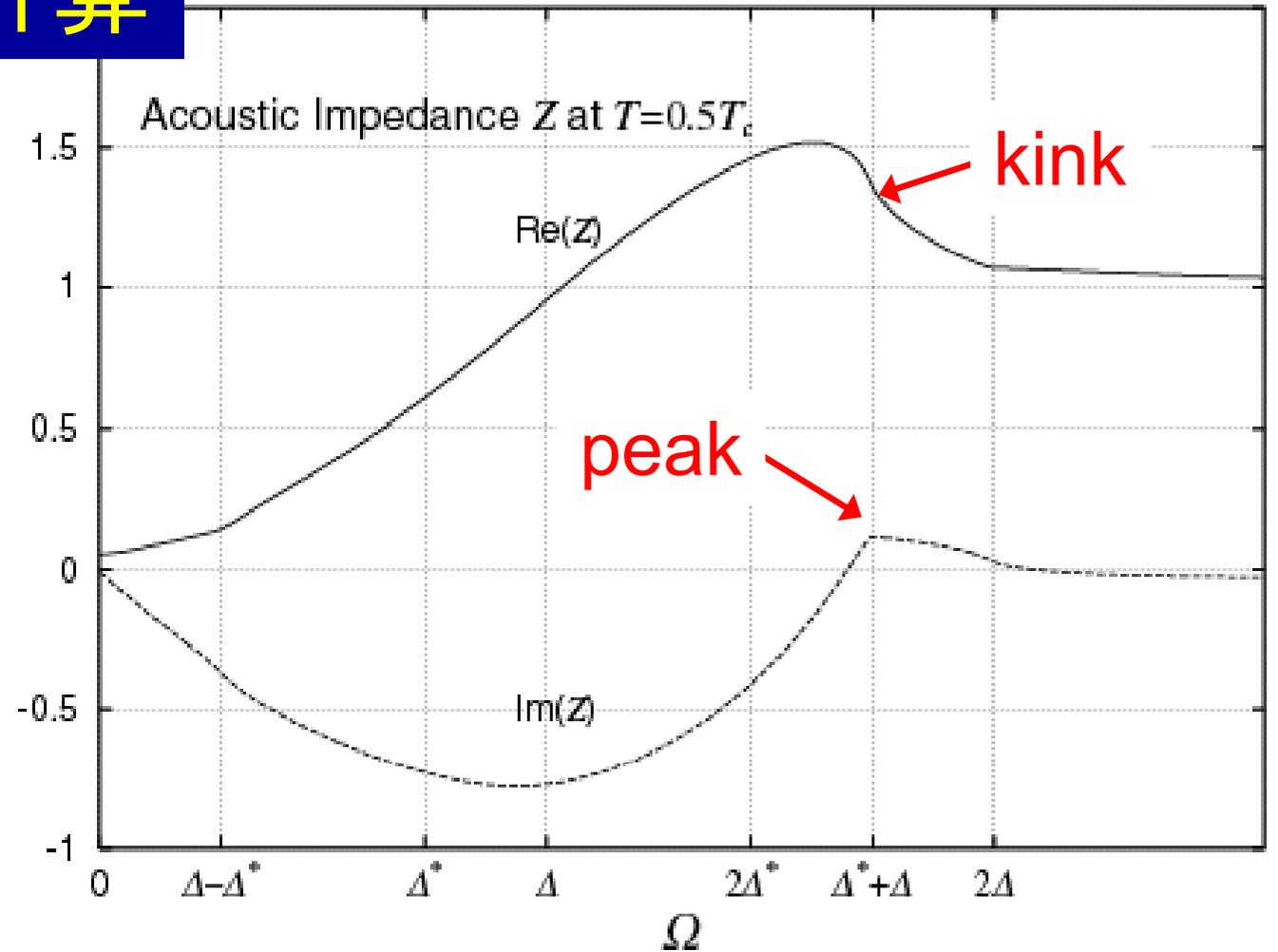
がすべて理論計算で再現



# Zの周波数依存性の計算

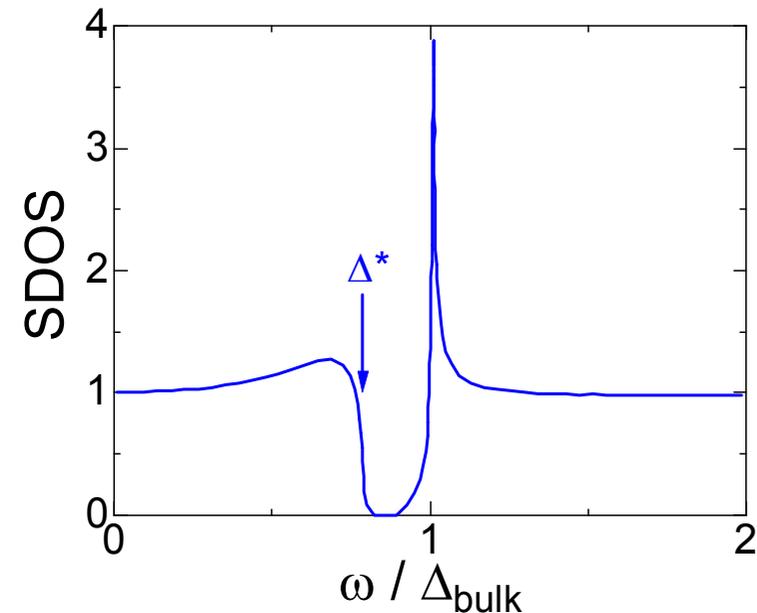
Z' のキंकと  
Z'' のピークは  
 $\hbar\omega = \Delta + \Delta^*$   
で起こる

つまり、 $T^*$ で  
 $\Delta^* = \hbar\omega - \Delta(T^*)$   
を満たす

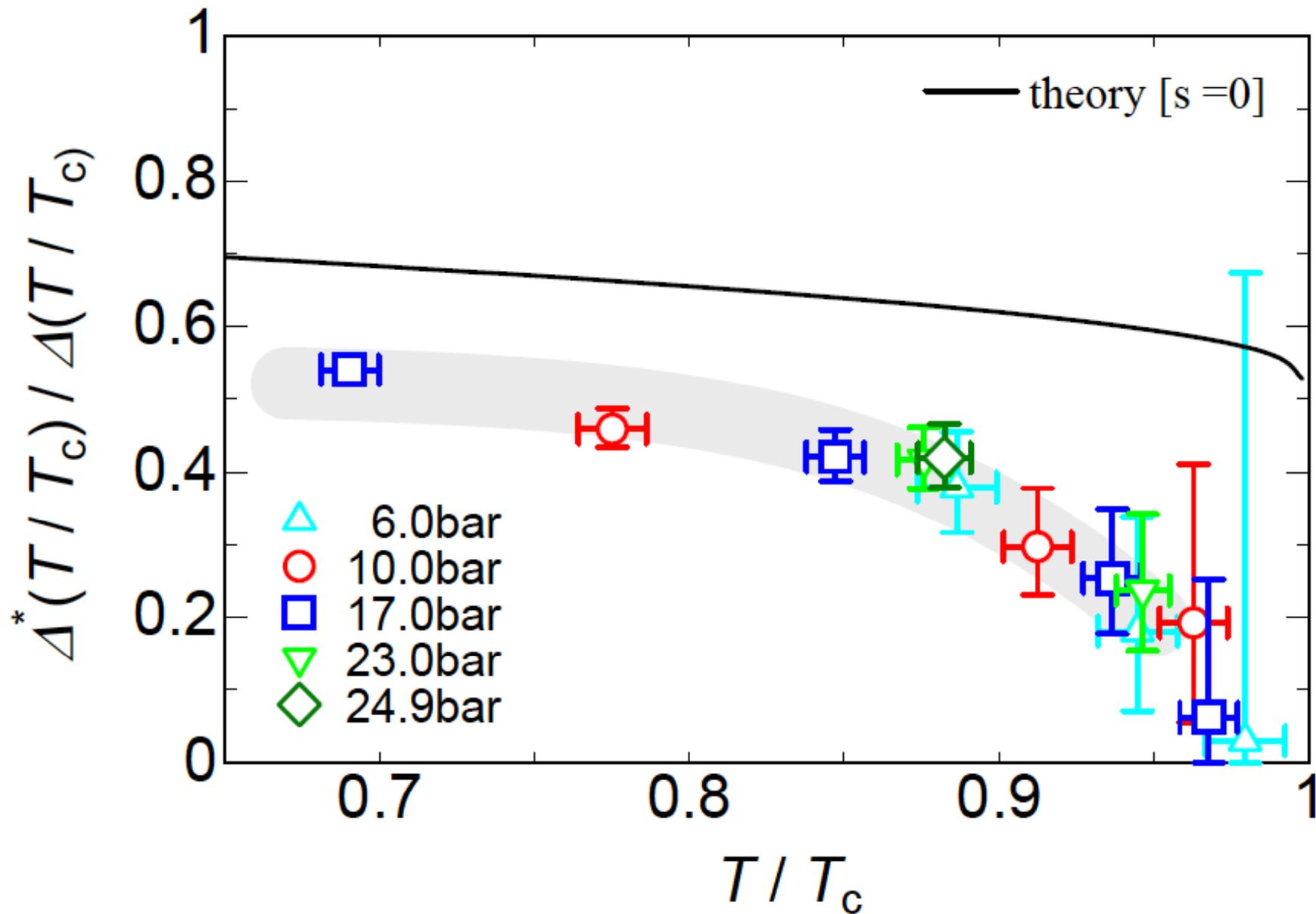


超流動B相のSDOSが  
サブギャップ構造を持つ  
こと示すはじめての結果

$\Delta^*$  を上式から求め、圧力、  
温度依存性が得られる。



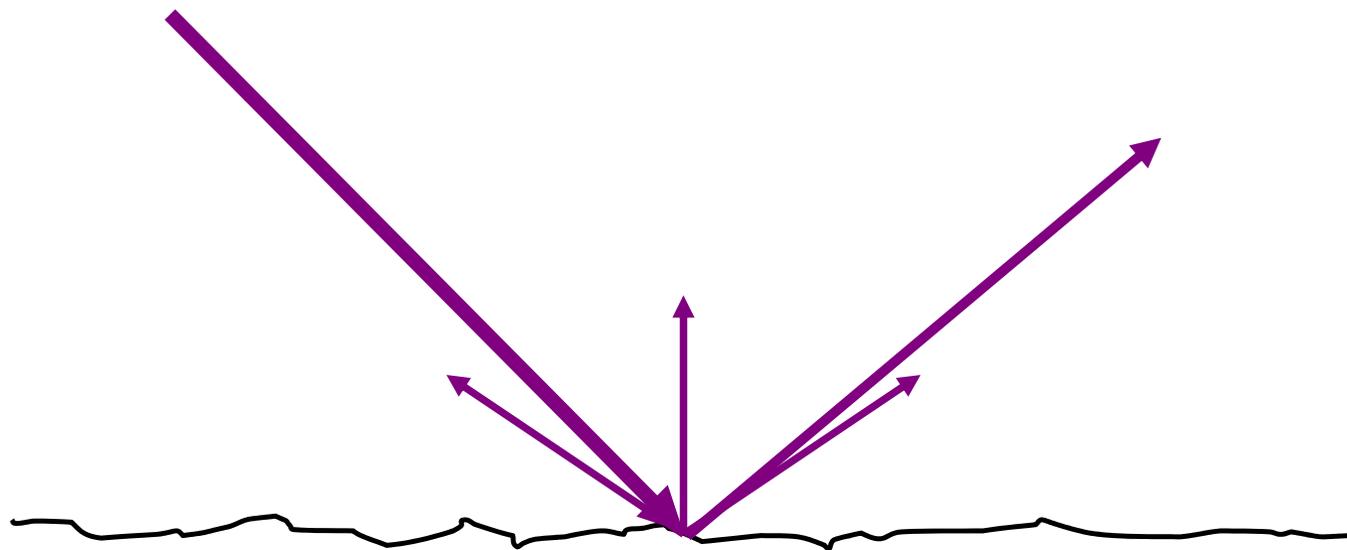
# $\Delta^* / \Delta$ の温度、圧力依存性



Saitoh *et al.* PRB (2006)

$\Delta^* / \Delta$  の温度依存性は理論と定性的に一致した

${}^4\text{He}$  コート  
 $S > 0$



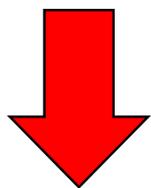
# Zの温度依存性

[ $s = 0.20$ 、

2.7層  $^4\text{He}$  コート、1MPa]

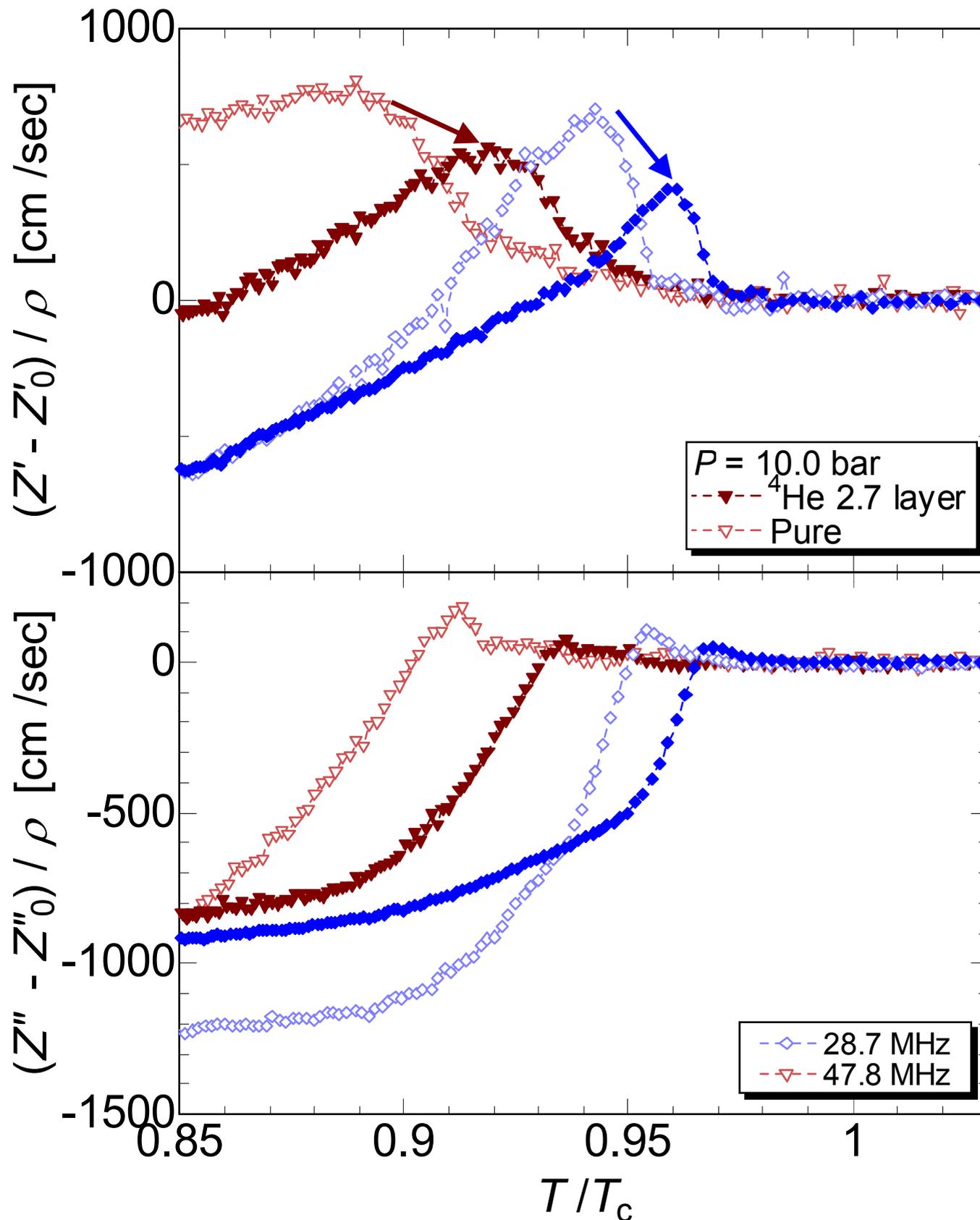
特徴的な振る舞いは $^4\text{He}$   
コートしたサンプルでも  
再現

Zの変化量は減少



超流動の測定でも  
鏡面度の変化を確認

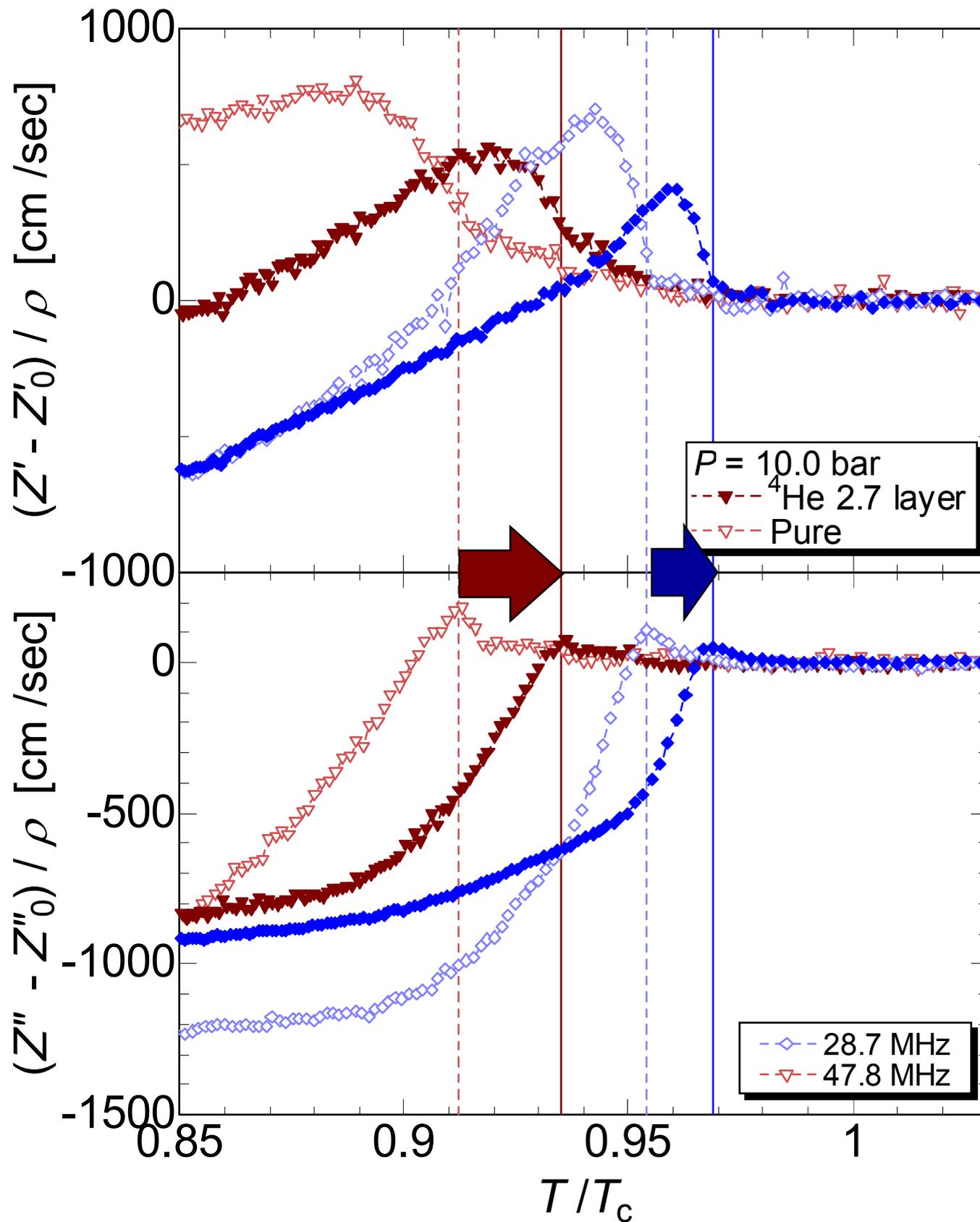
Wada *et al.*, PRB (2008)



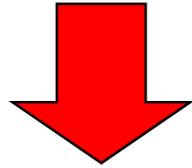
# Zの温度依存性

[ $s = 0.20$ 、  
2.7層  $^4\text{He}$  コート、1MPa]

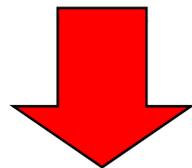
$T^*$  は高温にシフト



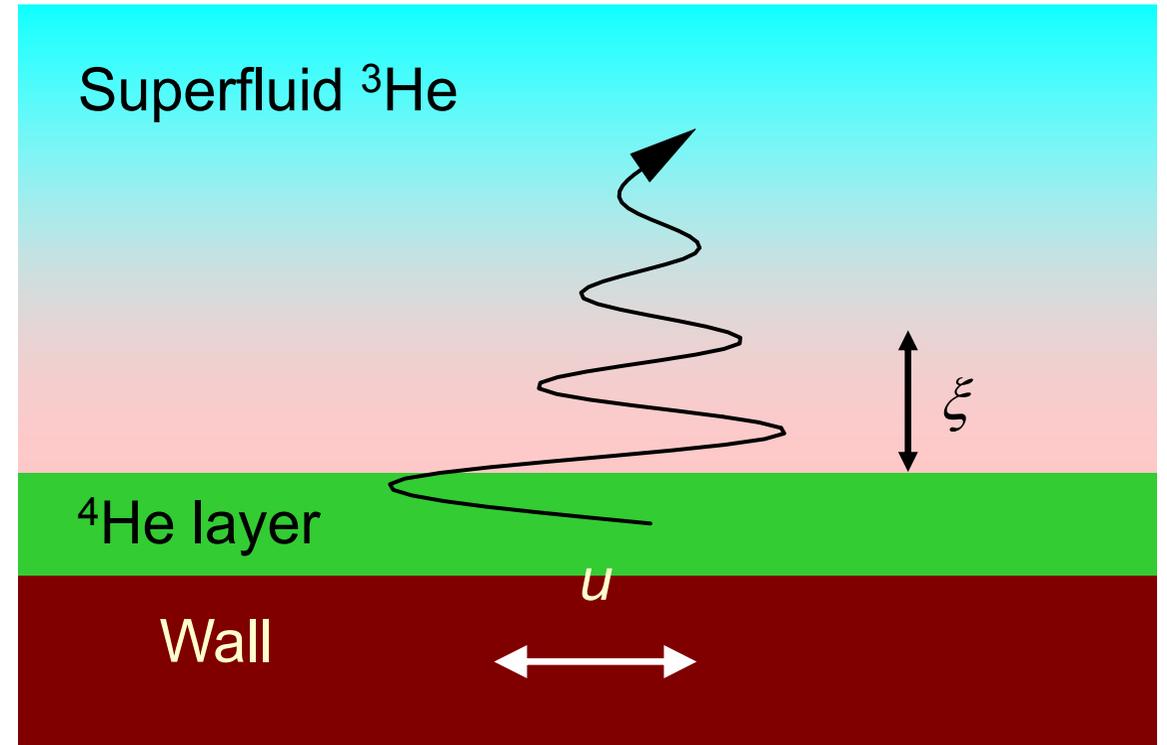
表面をコートし境界条件を変えただけ



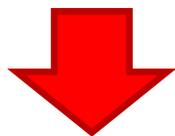
DOS の変化は壁から $\xi$ 程  
度の領域のみ



$T^*$  での特異性は壁近傍由来  
であり、 $T^*$  のシフトはSDOSの  
変形による

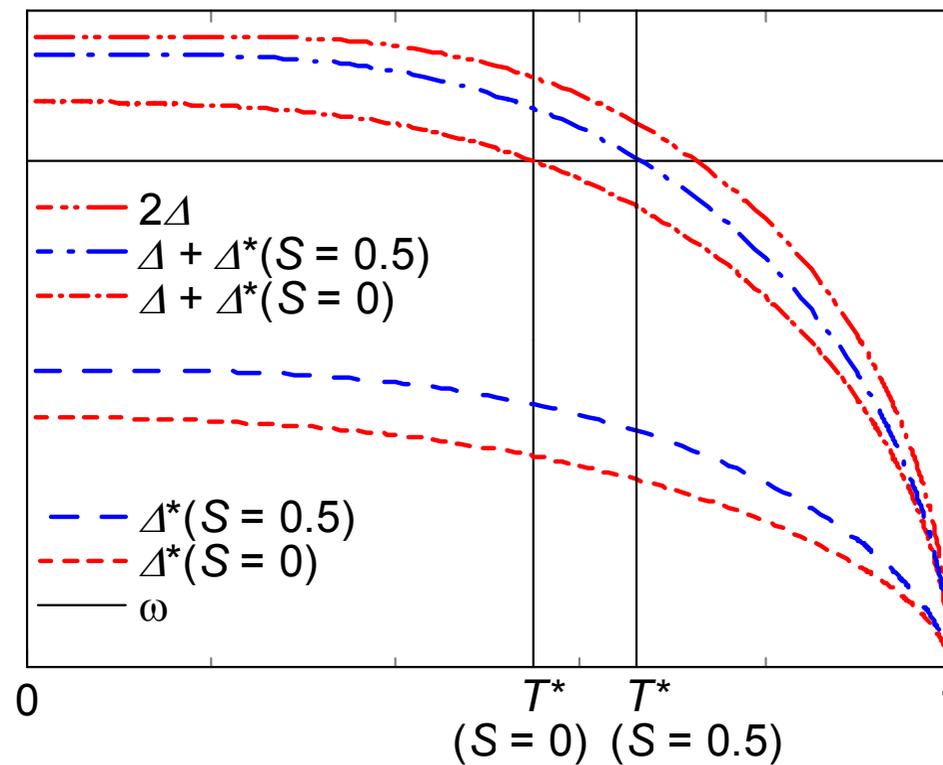
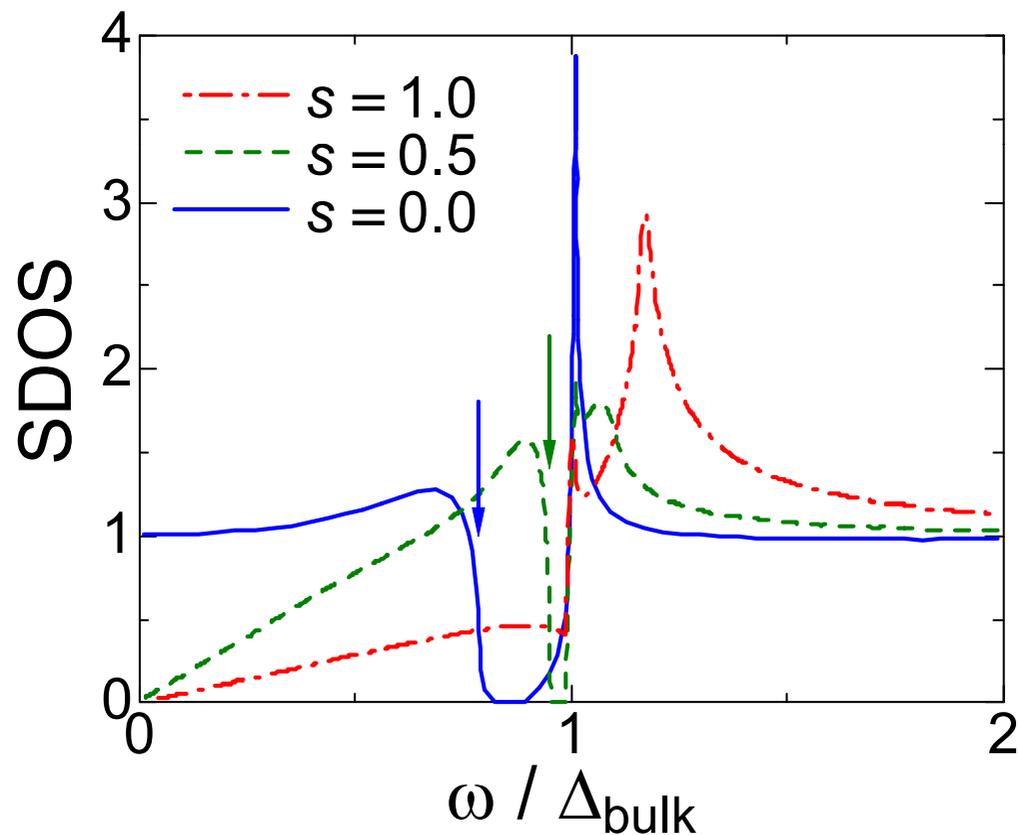


$T^*$ が高温にシフト



$\Delta^* = \hbar\omega - \Delta(T^*)$  より $\Delta^*$ が大きくなる。

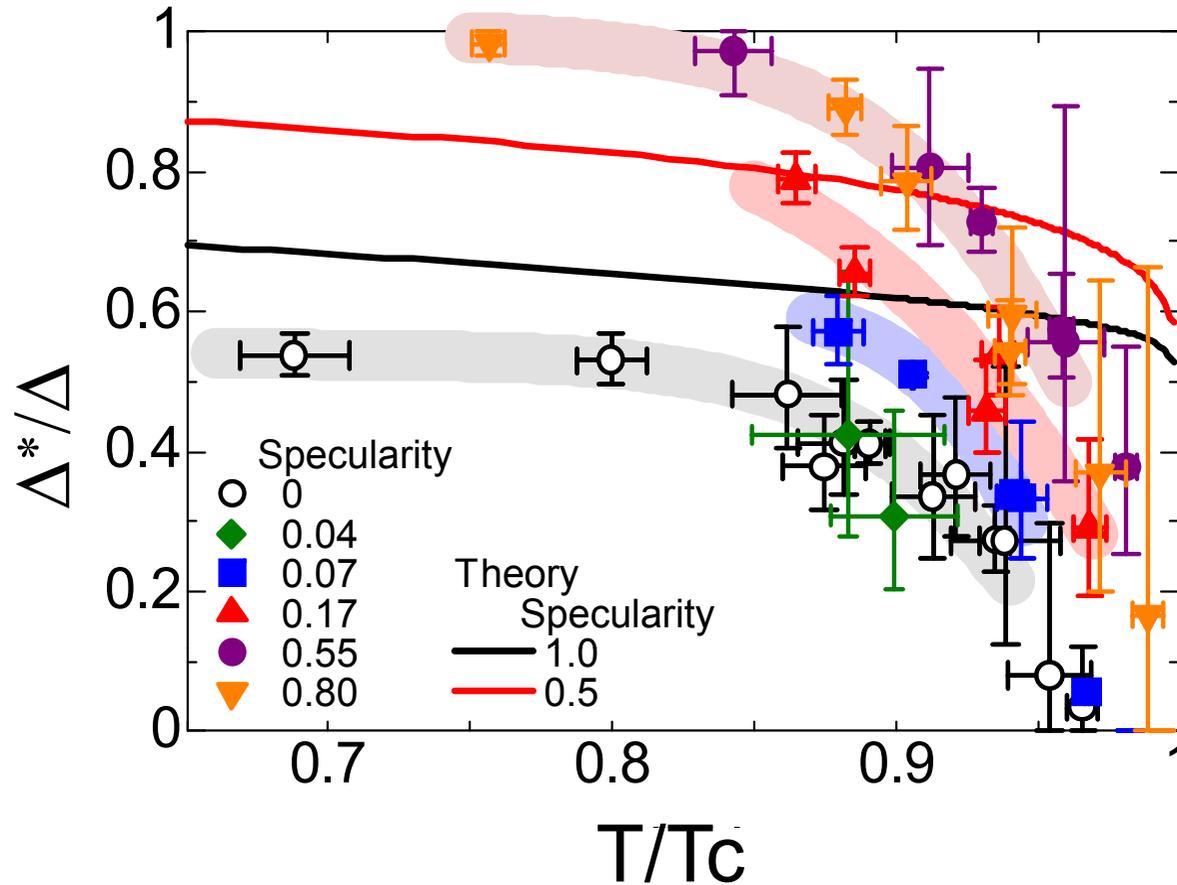
理論計算から得られた予測に一致



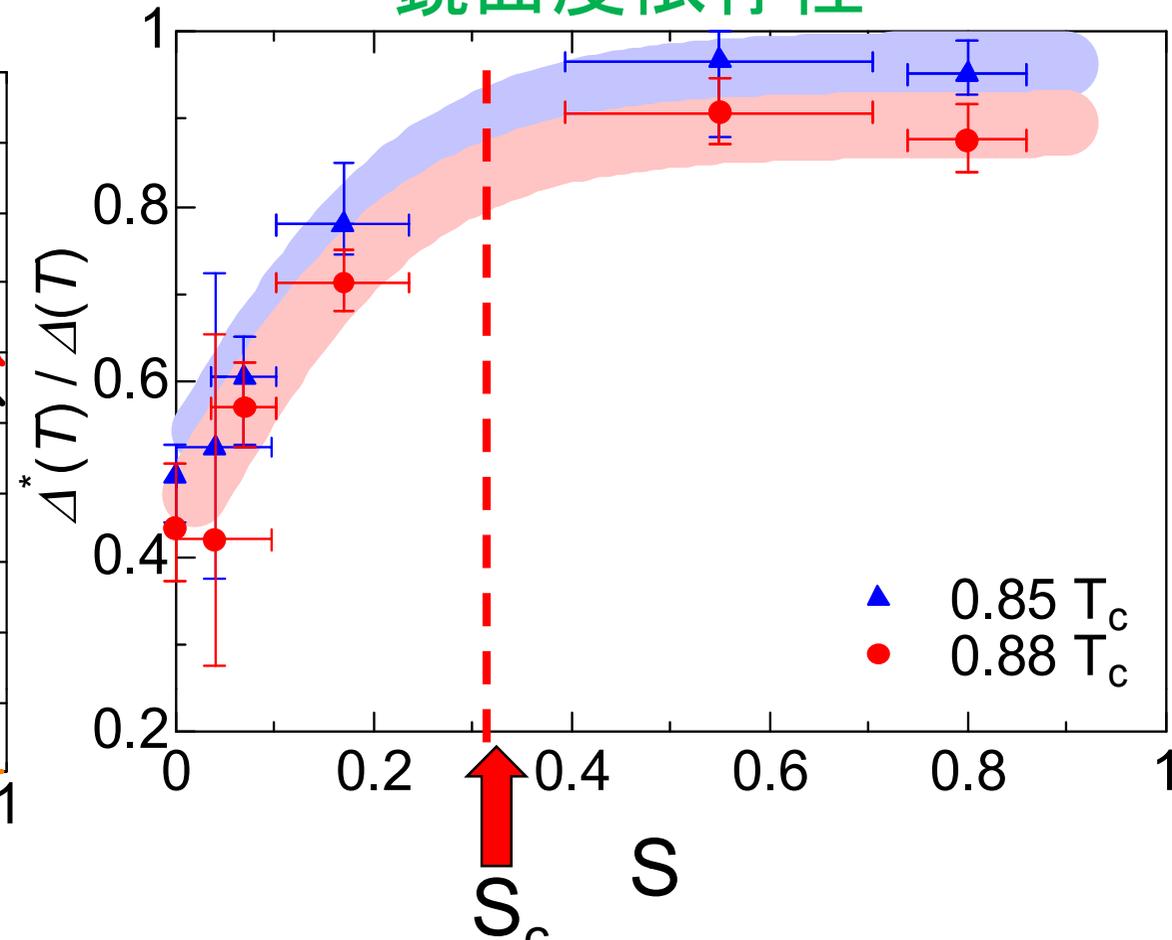
# $\Delta^*/\Delta$ の温度、鏡面度依存性

Wada, et al. PRB (2008)

## 温度依存性



## 鏡面度依存性

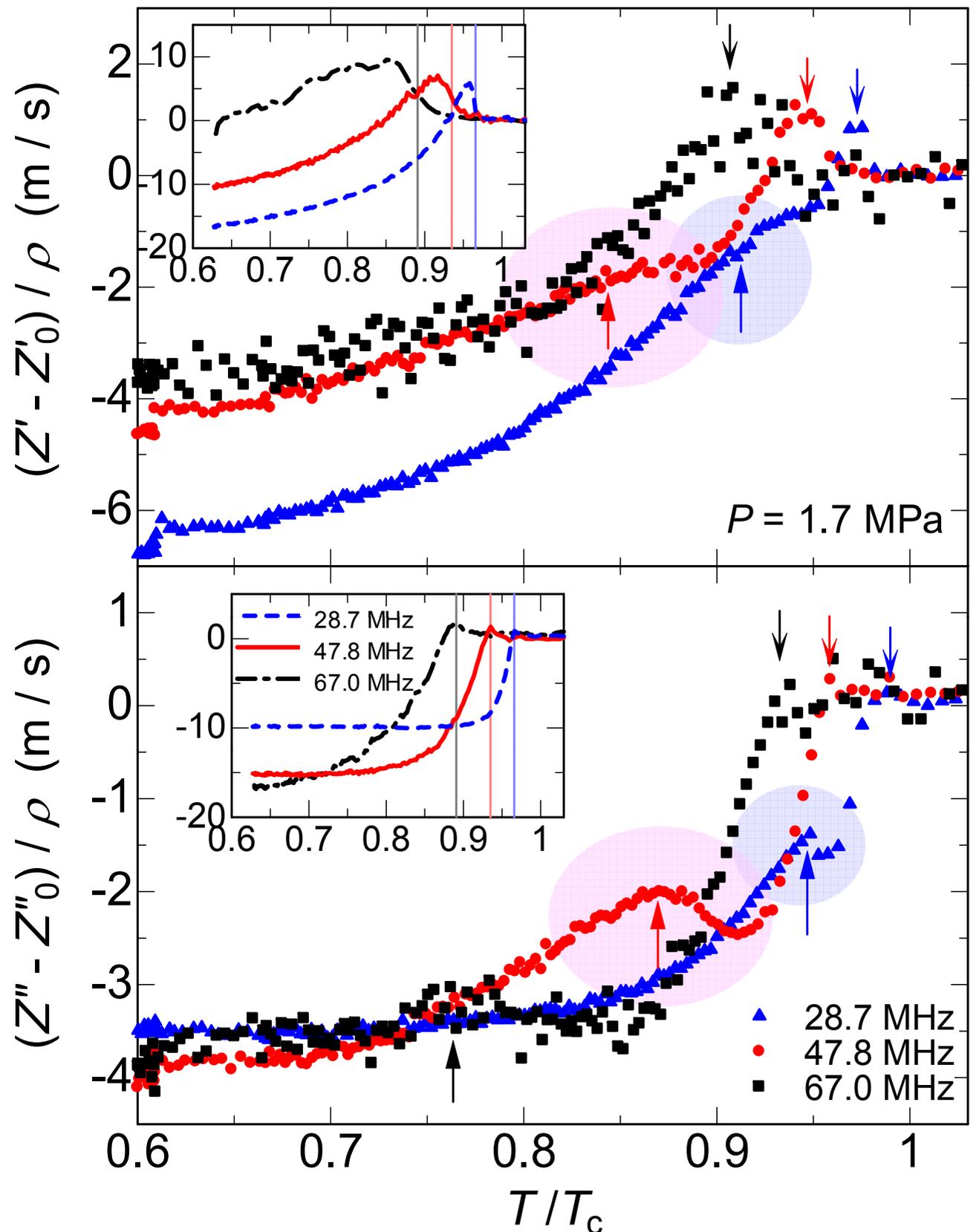


- $S$ が増大すると $\Delta^*$ は大きくなる → 理論の予測と一致
- 小さな鏡面度でさえ、 $\Delta^*$ は大きく変化 → SDOSが非常に鏡面度に敏感
- $S > 0.3$ において $\Delta^*/\Delta$ は一定値 →  $S_c > 0.4, T/T_c < 0.85$ の範囲で、SDOSはギャップレスになる
- $T/T_c < 0.85$ において $\Delta^*/\Delta \sim 1$
- 理論計算は定性的な変化は再現したが、定量的には一致していない → 強結合の効果を含めた理論が必要

# 低温のピーク

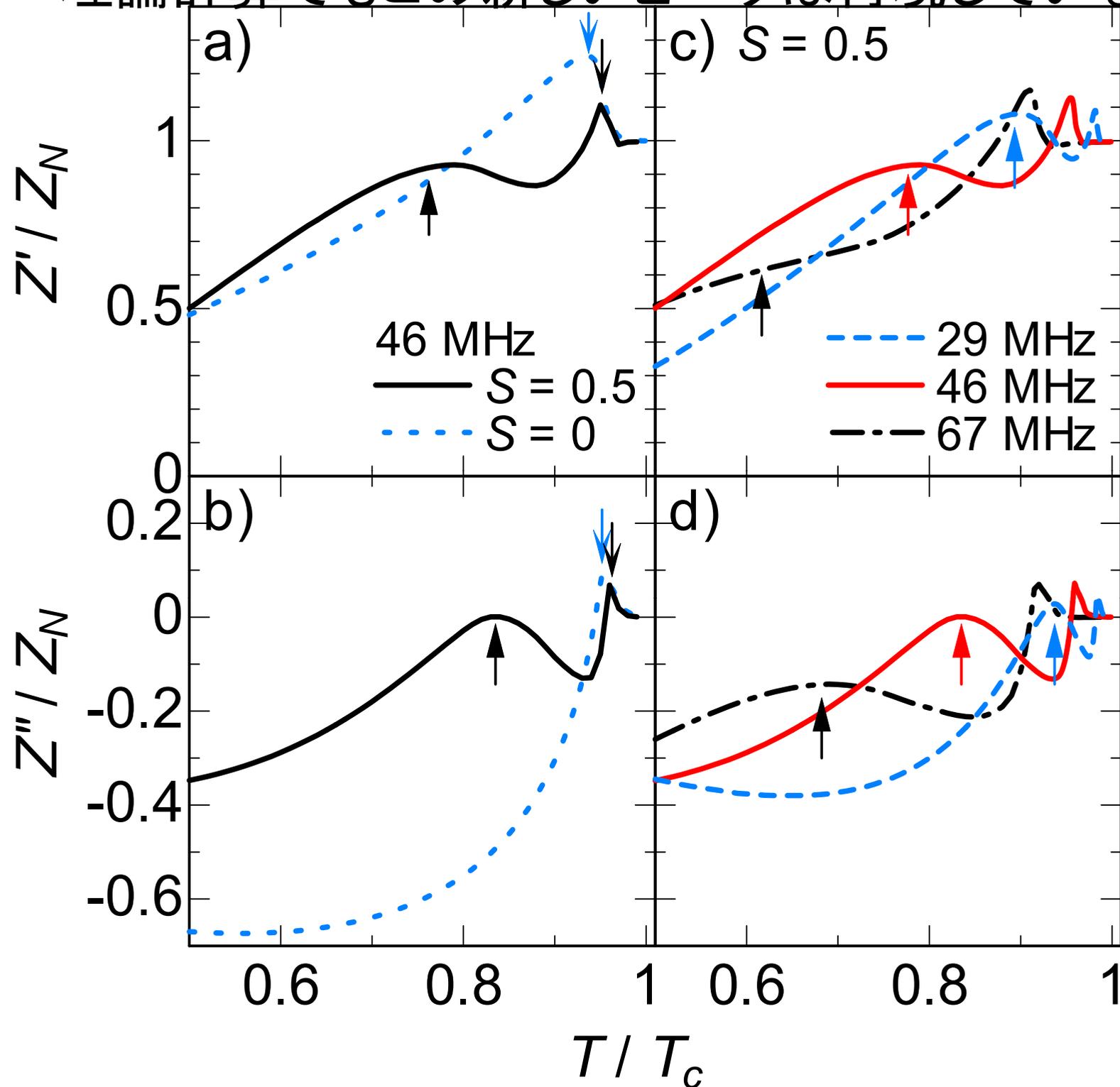
Pureの試料の時には  
ない新しいピークが  
実部、虚部ともに出現

周波数が高いほど低  
温に現れる



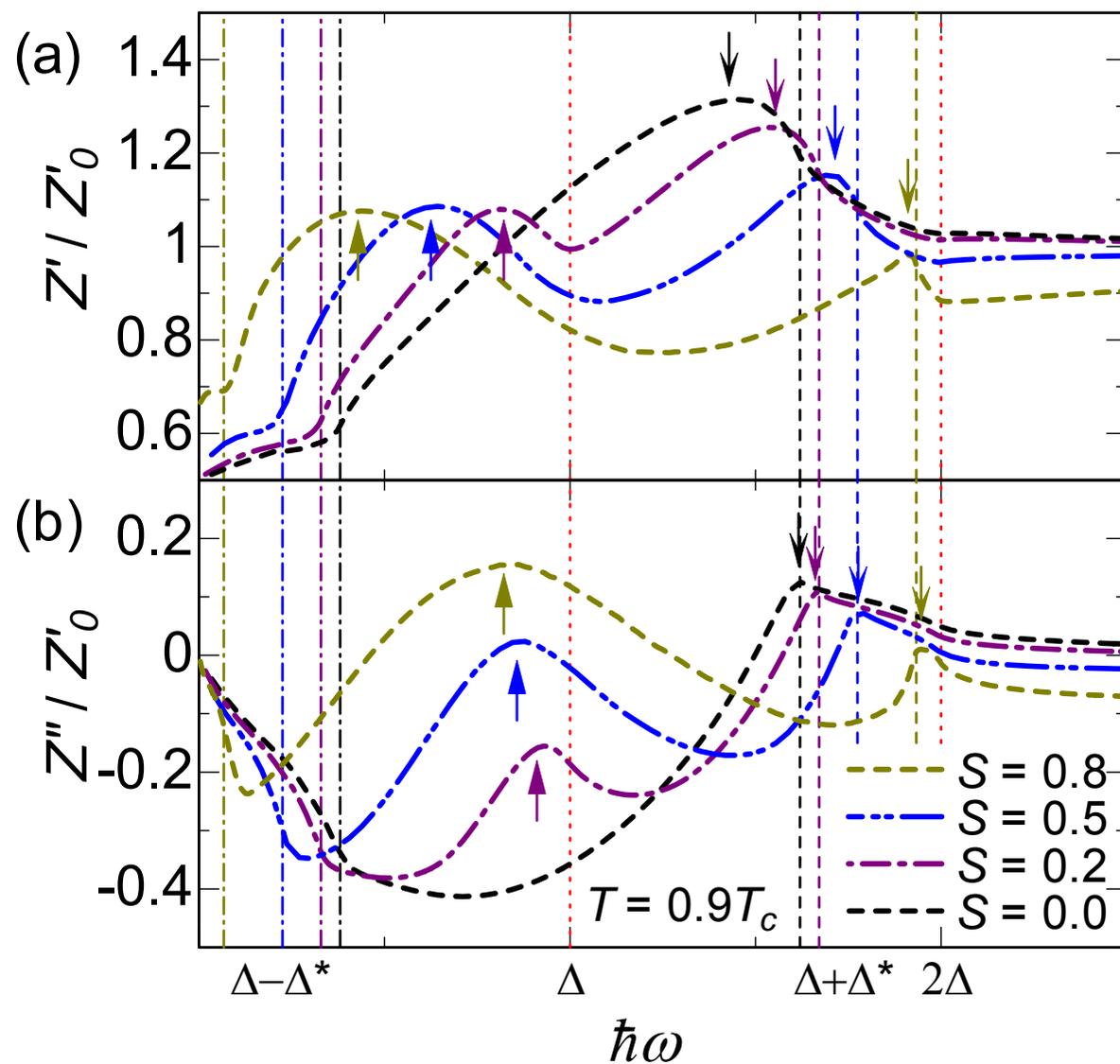
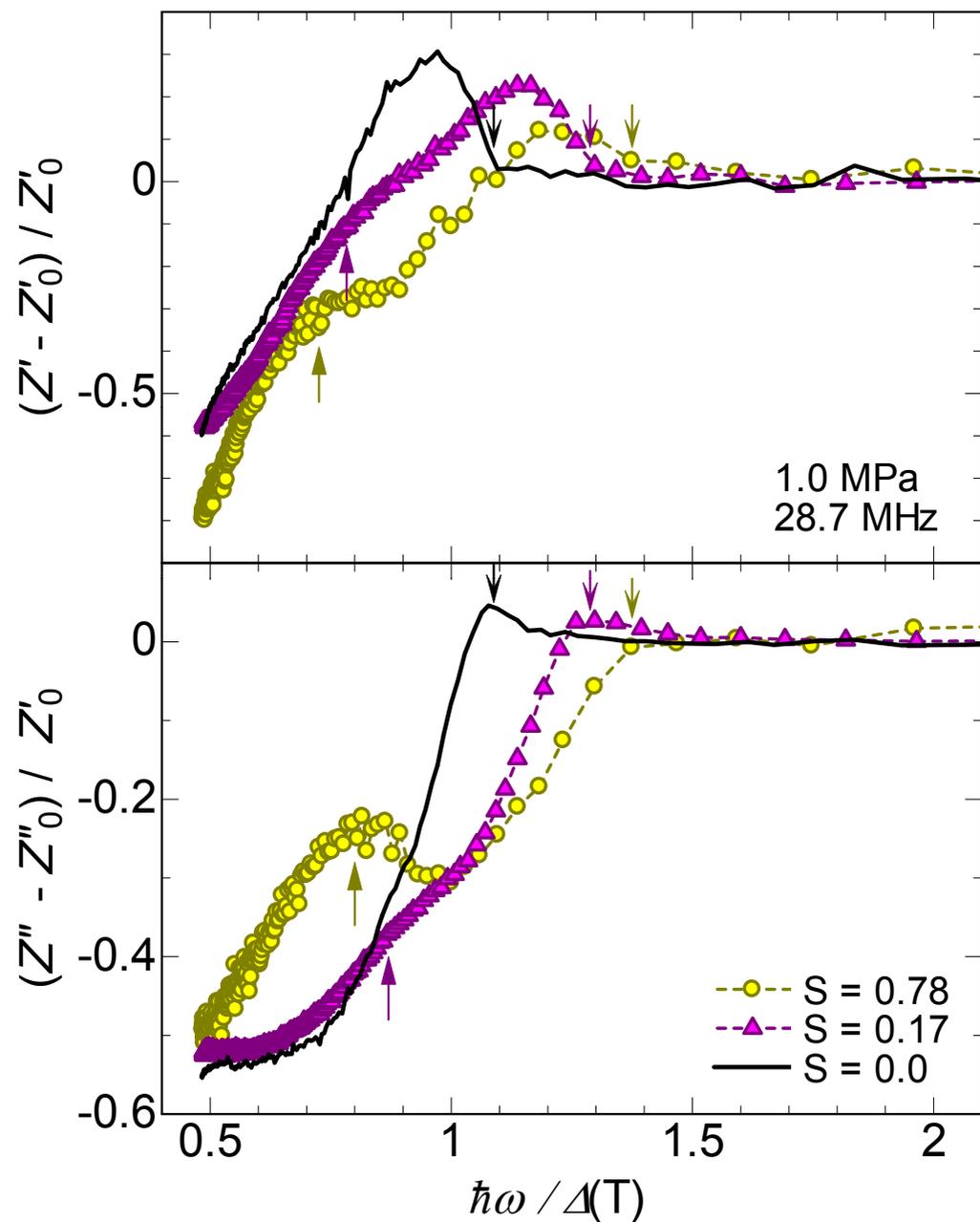
# 低温のピークの理論計算

理論計算でもこの新しいピークは再現している



# 低温のピークのエネルギー依存性

$\hbar\omega \approx \Delta$ 付近に構造があるのが実験、理論、両方から示されている。

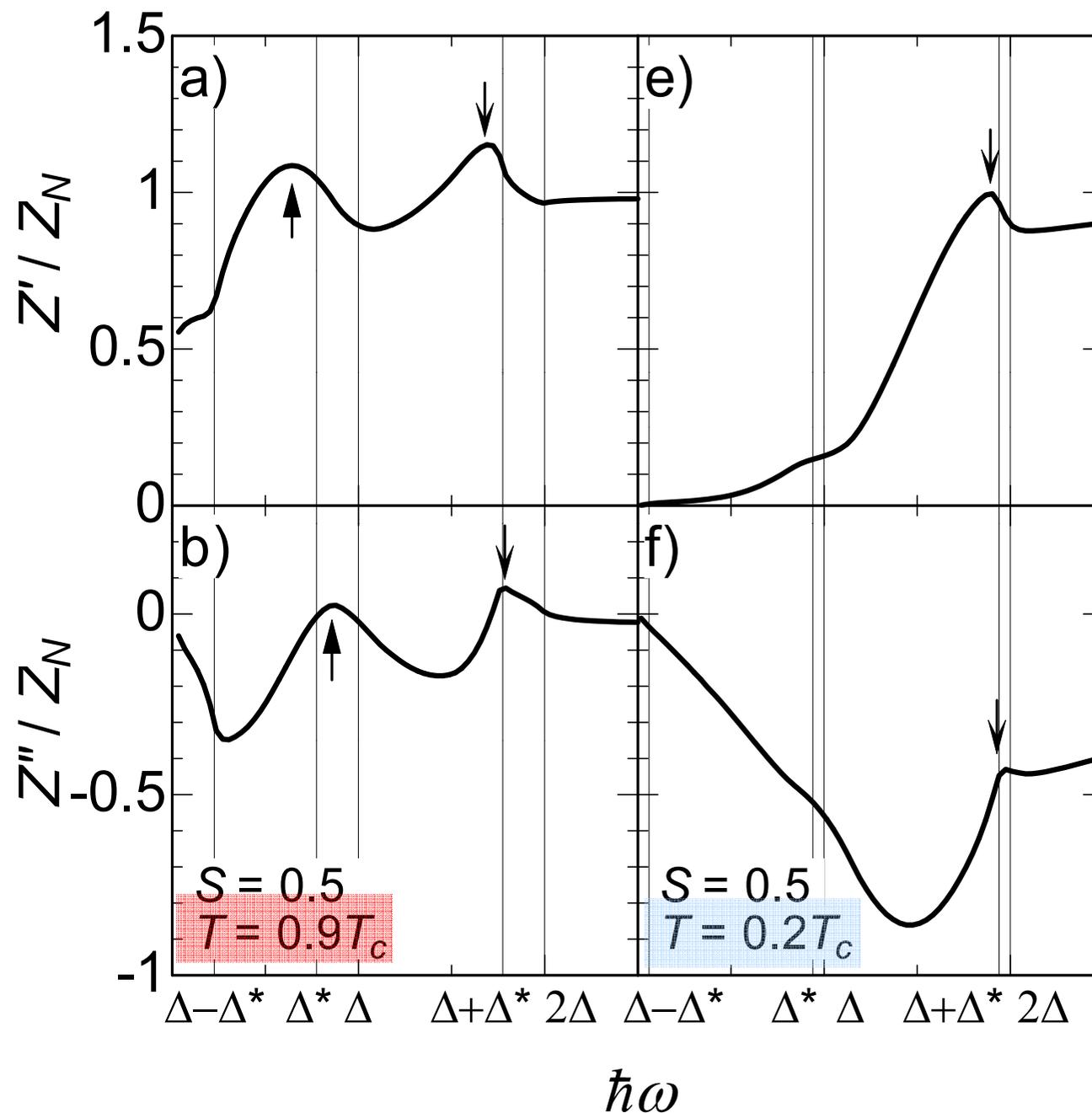


ダブルピーク構造は高温でないと現れない

理論式から温度の効果は

- 対励起  $Z_1$
- 熱励起された準粒子散乱  $Z_2$

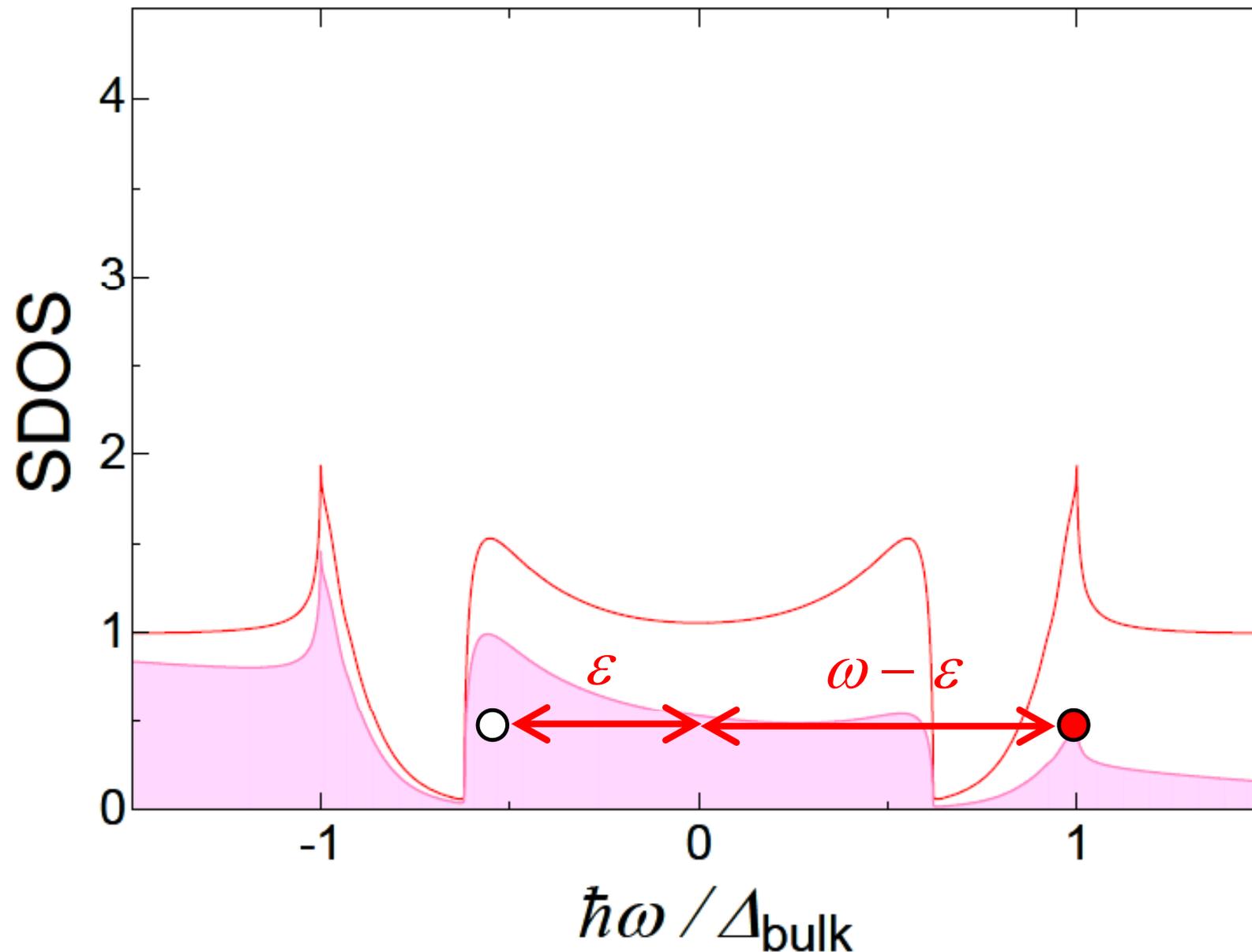
の形で現れる。



# 準粒子の対励起

$1 - (f(\omega - \varepsilon) + f(\varepsilon))$  の形で現れる

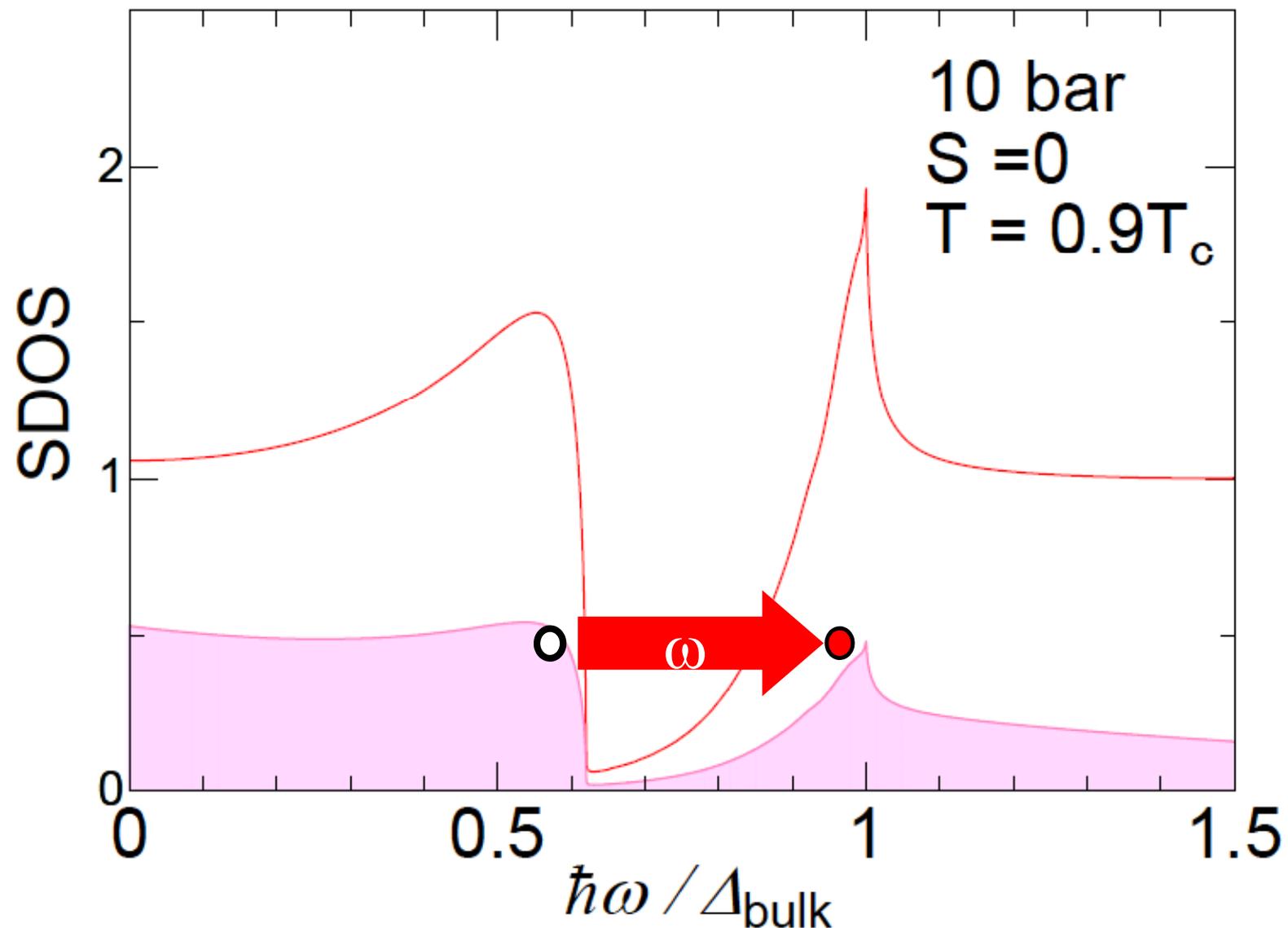
$\omega - \varepsilon$  と  $\varepsilon$  のエネルギー(合計エネルギーは  $\omega$ )を持った粒子が対で生成



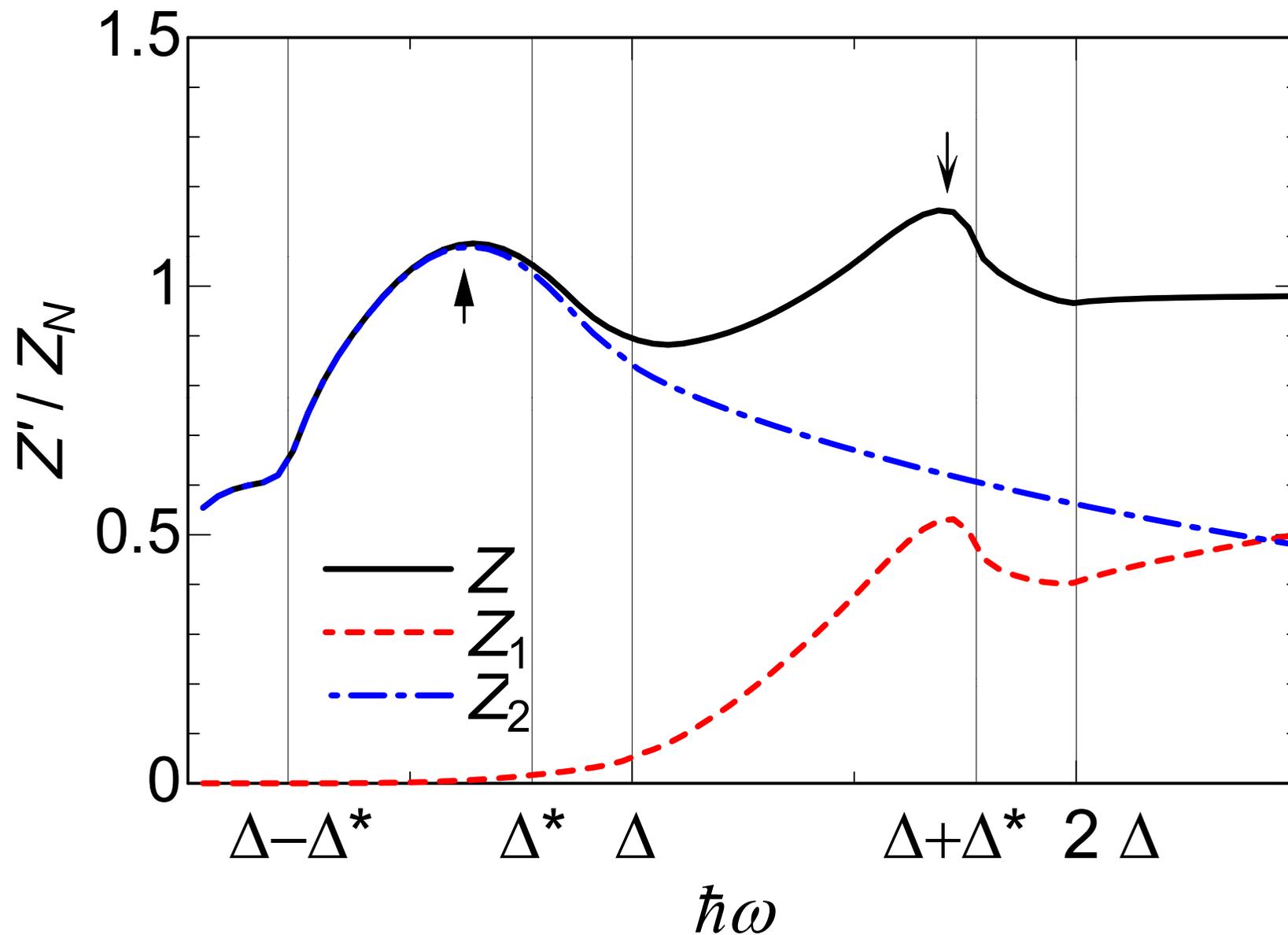
# 準粒子散乱

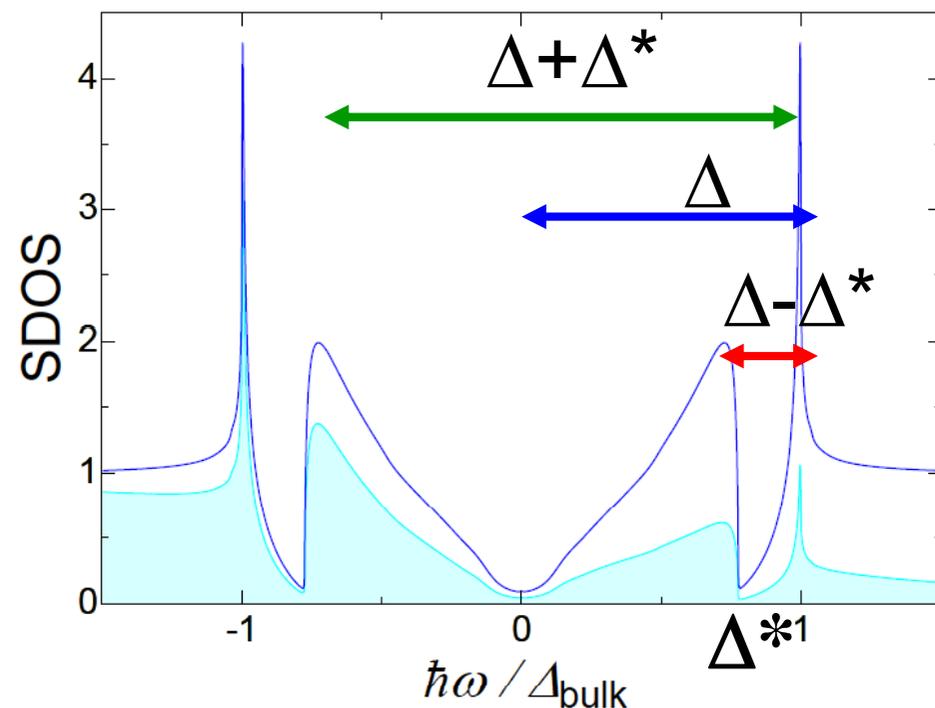
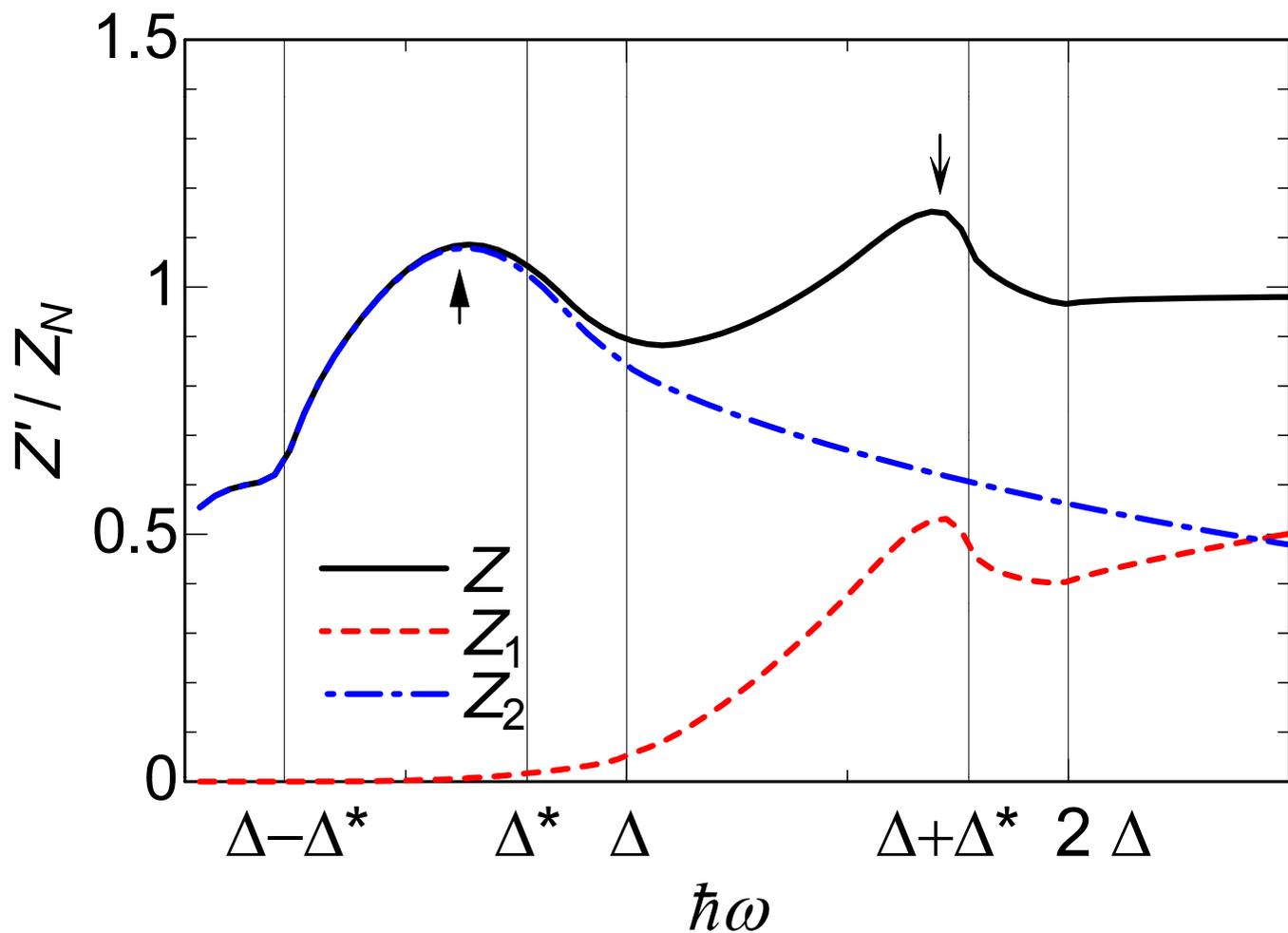
$f(\varepsilon) - f(\varepsilon + \omega)$  の形で現れる。

$\varepsilon$  のエネルギーを持った準粒子が  $\varepsilon + \omega$  のエネルギーの準粒子へ



- 高エネルギーのピーク → 対励起  $Z_1$
- 低エネルギーのピーク → 熱励起された準粒子散乱  $Z_2$





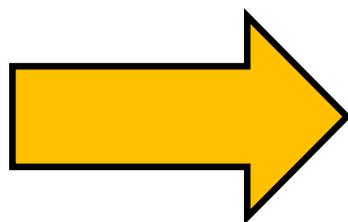
フェルミエネルギー近傍  
のSDOSが減少



$\Delta$ 程度の励起が減少



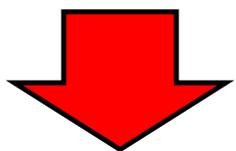
インピーダンスの減少



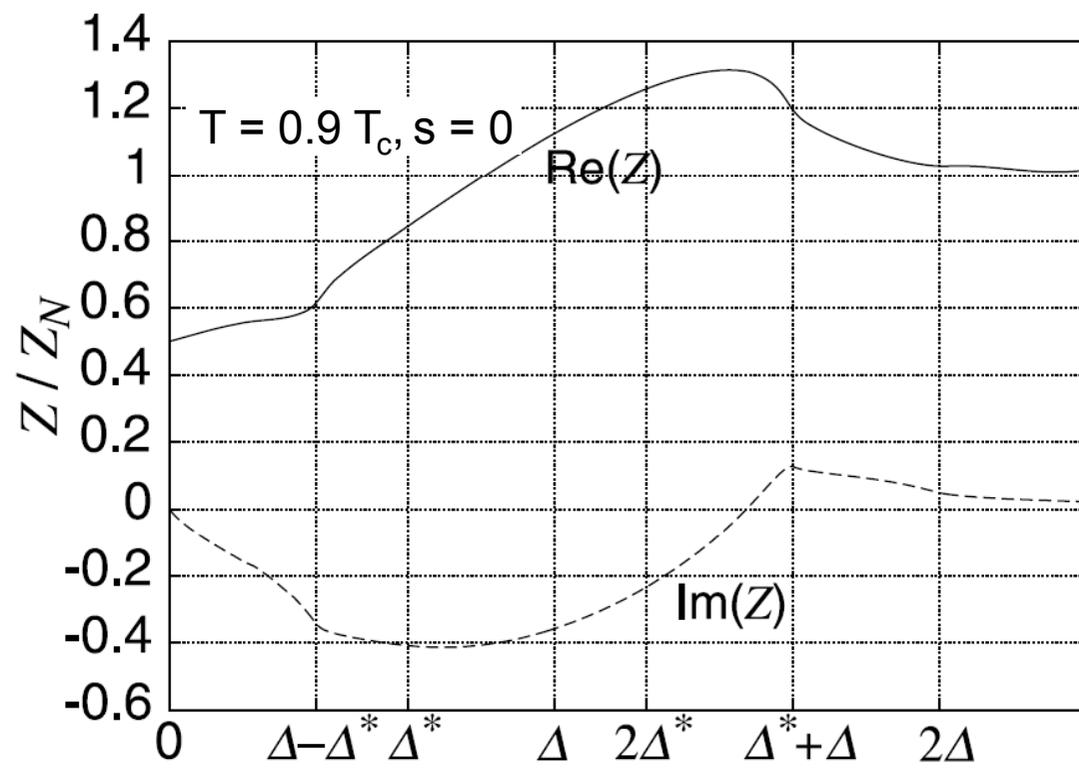
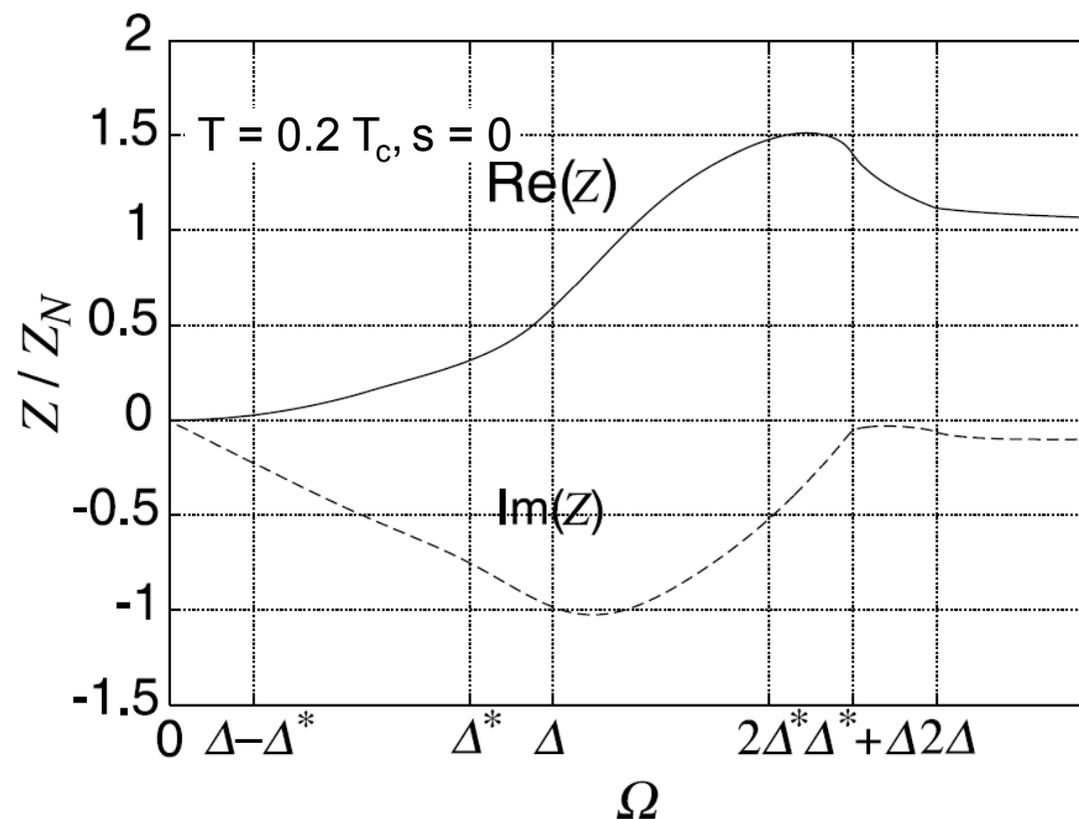
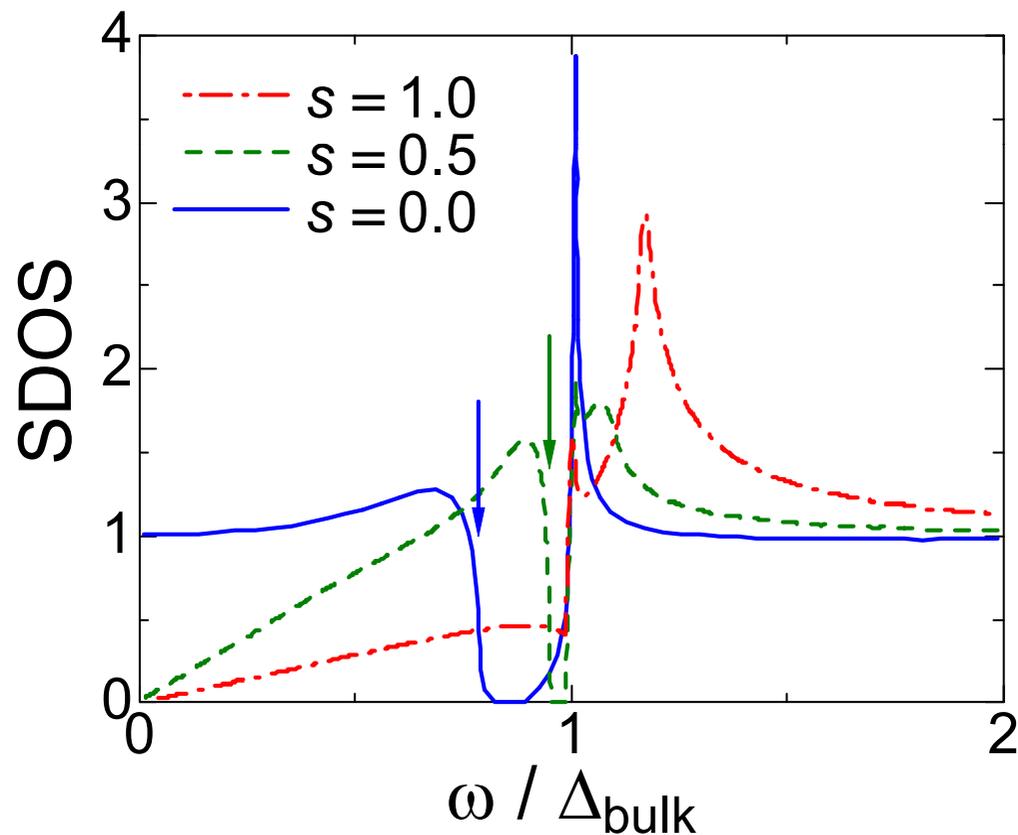
**$S > 0$ での低温ピークの存在は、 $S = 1$ における分散のコーンへの変化を反映している。**

# $s = 0$ のときのZのエネルギー依存性

SABSがフラット



低温側のピーク構造は存在しない



## まとめ

- 超流動 $^3\text{He}$ の横波音響インピーダンスを測定を、表面を $^4\text{He}$ でコートすることで制御しつつ行い、B相の表面束縛状態の境界条件依存性を明らかにした。
- 境界条件を変化させたことのみからインピーダンスの温度依存性の変化を観測したことから、この測定が超流動 $^3\text{He}$ の表面条件を研究するための非常に有効な測定手法であることが確認された。
- 鏡面度が上がるとSABSバンド幅が広がり、 $S > 0.4$ の低温でギャップレスになることを見出した。
- ゼロエネルギー近傍の状態が鏡面度が上がると減少することを明らかにした。このことは超流動 $^3\text{He}$ B相の $S = 1$ における表面アンドレーエフ束縛状態のコーン型の分散関係が実現していることを強く示唆する。同時に、われわれの実験はマヨラナ粒子が存在することを強く示唆している。